

潛藏轉移模式在社會學縱貫研究之應用： 以青少年暴力行為發展研究為例

楊志堅、吳齊殷

《調查研究》第9期 抽印本

中央研究院·調查研究工作室

二〇〇一年四月

潛藏轉移模式 在社會學縱貫研究之應用： 以青少年暴力行爲發展研究爲例*

楊志堅** 吳齊殷***

摘要

在縱貫研究 (longitudinal study) 中, 研究者的主要研究目的之一, 是如何能夠從被觀察對象的過往資料中擷取訊息, 以協助研究者來預測被觀察對象在下一階段的表現。而在社會學研究中對人類的序貫行爲 (sequential behaviors) 類型的理解, 甚至進一步對某一些偏差行爲的預防 (prevention) 或干預 (intervention), 也都可成爲研究的重點。在本文中我們將示範潛藏轉移模式 (latent transition model, LTM) 用來解釋或預測研究對象在縱貫研究中行爲的序貫關

* 本文部分完成於第一作者客座訪問中央研究院統計科學研究所期間, 作者感謝統計科學研究所所長陳珍信教授及所內教授學者們的諸多協助, 並承蒙劉長萱教授及兩位審查教授之寶貴建議, 在此一併申謝。本文部分曾發表於「第三屆調查研究方法與應用」學術研討會, 本文所有主張僅是作者們的個人研究結果及意見, 並不代表任何機關或團體的看法, 對本文有任何建議, 請聯絡: 楊志堅, 國立臺中師範學院教育測驗統計研究所, 臺中市 403 民生路 140 號。

E-mail: Noahyang@ms7.hinet.net. Phone: (04)2226-3181 ext. 401.

** 國立臺中師範學院教育測驗統計研究所助理教授。

*** 中央研究院社會學研究所副研究員。

係 (sequential relationship)，從展示中，潛藏轉移模式的統計性質、特性、功能等將被詳細介紹，而且透過社會學研究的實例 (Wu, 1999) 分析，我們提供潛藏轉移模式在社會學縱貫研究中的實際應用示範。

青少年的過激 (aggressive) 行爲或離經 (deviant) 行爲常有其時間上的軌跡 (trajectory) 及脈絡可循 (例見 Tolan, & Rolfloeber, 1993)，LTM 模式提供的序貫分析可用來了解及追蹤 (tracking) 問題青少年在縱貫研究中的行爲模式，我們以 LTM 模式分析 Wu (1999) 的青少年暴力行爲研究資料，藉由此類的序貫分析，社會學家或教育工作者可有效地勾勒出青少年行爲的軌跡，以提供進一步的預防或輔導工作決策。

關鍵詞：潛藏轉移模式、E-M 演算法、青少年暴力行爲、社會學縱貫研究。

**Latent Transition Models for
Longitudinal Sociology Study:
A paradigm of
adolescence deviant behavior development**

Chih-Chien Yang Chyi-In Wu

ABSTRACT

In a longitudinal study, antecedents can often be the important indicators and/or predictors of consequences. Many sociologists and educational practitioners investigated sequential behaviors of adolescents to be able to proceed effective intervention/prevention programs. We demonstrate that latent transition modeling (LTM) is a good statistical modeling method for revealing sequential relationships. Theoretic derivations as well as computational implementations of latent transition modeling are discussed in this paper.

Substantively, we studied items (Wu, 1999) that surveyed

adolescent aggressive behaviors across years to model the latent transition probabilities of the behaviors among these adolescents. Using this example, we further provide substantive interpretations of conducting LTM methods and demonstrate the practical importance of LTM in substantive research fields.

Key Words: Latent Transition Model, E-M algorithm, Adolescent Aggressive Behaviors, Sociological Longitudinal Study.

一、前言

從相關文獻中（如：Yang, Wu, Yang, & Lyu, 2000; Collins & Wugalter, 1992; Graham, Collins, Wugalter, Chung, & Hansen, 1991）可知潛藏轉移模式（latent transition model, 簡稱 LTM）在用來預測或解釋研究對象於縱貫研究當中的長期行為模式是一個很好的統計工具；以及這個模式在近年來所受到的矚目。我們所稱的潛藏轉移模式，是由問卷（questionnaire）或量表（scale）中的許多問項（items）做為一種指標（indicators），以定義在某一個時間點下的離散潛藏變數（discrete latent variable）。這個離散潛藏變數代表著受測者或被觀察對象的潛藏狀態（latent status），再藉由縱貫研究中連續對同一群個體，實施同一套問卷或量表，所以 LTM 可進一步假設這些估算的（estimated）受測者潛藏狀態可長期而反覆地被測量到。LTM 模式便可解釋從這些在不同時間點下所估算而得的潛藏狀態之間的訊息與關聯；換句話說，利用在較早時間點下所測量到的潛藏狀態，可用來預測在未來較晚時間點下所測量到的潛藏狀態。而因為

LTM 所定義的潛藏變項 (latent variables) 是離散 (discrete) 或類別 (categorical) 的, 也正代表在 LTM 下受測者的潛藏類別在不同時間下的相互轉移 (transition) 變化情形。而這些轉移情形是以潛藏類別間的機率互動變化, 亦即轉移機率矩陣 (transition probability matrixes) 來描述。

我們再以社會統計學或心理計量學中常用的路徑圖 (path diagram) 來代表我們的 LTM 模式, 這個簡化的路徑圖以圖一 (Yang, Wu, Yang, & Lyu, 2000) 來顯示。

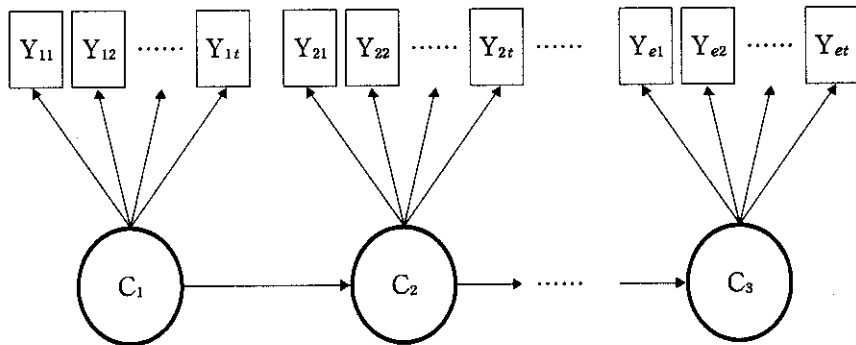


圖1 LTM 模式的路徑圖

我們所介紹的 LTM 模式是架構在最大近似函數 (maximum likelihood functions) 的理論及推估方法下, 主要估算的方法是以 E-M 算法 (Expectation-Maximization algorithm, 簡稱 E-M 算法) 來做參數估計 (parameter estimation), 更詳細的統計性質及估算過程, 將在隨後的章節中做進一步介紹。

本文的主要重點之一在展示 LTM 於社會學研究的實際應用分析過程及其實用價值, 我們以 Wu (1999) 的社會學長期縱貫研究中, 對

臺灣北部青少年暴力行為的調查觀察部分做潛藏轉移模式的分析，在Wu的研究中，包含了將近1,500位青少年，這些青少年於1997年時是國中一年級的在學學生，至2000年時，該研究已累積了三年的縱貫追蹤資料，而這些研究對象也已經成長至高中階段。這個社會學的大規模（large-scale）調查研究除了調查觀察這些青少年外，同時也訪談了這些青少年的家庭成員及學校導師，調查的主要內容是有關時下青少年的學校教育、家庭生活及社會化歷程等等主題，是一個相當完整而廣泛的社會學調查資料。

在本文中，我們選取了有關於青少年的過激（aggressive）或離經（deviant）行為等部分的調查資料，做為青少年暴力行為的綜合研究，並以LTM模式做實例分析，相關的社會心理學研究及文獻（例如：Tolan, & Loeber, 1993）指出，青少年早期的過激或離經行為，可提供對預測其於未來的相同問題行為或暴力行為的重要指標。因此，這些研究資料相當適合以LTM的模式來預測這些問題行為在不同時間點下的轉移情形。表一將Wu(2000)所調查有關這些問題行為的問

表1 過激行為量表之問項內容及其簡稱

變數簡稱	過去一年裡，你有沒有做過下列事情？
揍人	有人惹你生氣，所以你揍他或打他。
破壞	惡意損壞或破壞不屬於你的東西。
闖入	闖入建築物，是為了偷東西或進去破壞。
傷人	丟小石子或類似的東西傷人。
攻擊	使用武器攻擊別人，想讓他受重傷。
勒索	使用武器、暴力或脅迫手段向別人勒索。
玩火	玩火，亂燒東西。

項 (items) 列舉出來。

在這個研究實際進行時，訪員是以問卷訪問這些研究對象在過去一年中是否曾有過這些問題行為，若研究對象的回答是肯定的，則紀錄為 1，反之，若研究對象的回答是否定的，則紀錄為 0，從統計分析的角度來看，這些資料是 7 個二元的 (dichotomous) 離散資料，換句話說，也是多元的類別 (multivariate categorical) 資料，有關青少年早期的過激或離經行為之社會學或心理學的相關文獻，以及 LTM 模式的實際應用，將於稍後的章節中詳細討論。

本文的安排如下：第一部份介紹全文的概要及研究目標，第二部份回顧青少年暴力行為發展的理論與實務基礎及潛藏轉移模式的統計研發相關研究及文獻，第三部份介紹潛藏轉移模式的統計內涵，而青少年暴力行為發展的實例於第四部份中分析解釋，第五部份簡述 LTM 模式的診斷分析，及使用 LTM 模式應注意的技術上的細節，最後以第六部份做為全文的總結及提供未來可能的研究方向。

二、相關研究回顧

相關研究及文獻的回顧，分兩部分來進行，第一部份檢視青少年暴力行為發展的長期追蹤及縱貫研究的理論基礎與實務證據，第二部份回顧潛藏轉移模式的統計研發歷程文獻，以及類似的統計模式的相關研究。

2.1 青少年暴力行為發展的理論與實務基礎

青少年早期的過激行為一般威信在提供預警給研究青少年未來可能發展更嚴重的暴力行為發展研究上，有相當重要的功能，以 Tolan

& Rolfloerber (1993) 的研究為例，他們便認為重複犯者 (chronic offenders) 最常見的發展歷程之一，便是從早期的過激行爲 (aggressive behavior) 或離經行爲 (deviant behavior) 這個途徑 (path) 發展而來。

Chaiken & Chaiken (1982) 更指出一個從過激行爲發展成暴力行爲的青少年行爲發展歷程，例如青少年的過激行爲中，常見的“破壞他人財物”便經常是發生在青少年正式涉入暴力犯罪之前，其中兩者在時間上的序貫關係 (sequential relationship) 在他們的文中有明確的討論。最近的相關研究 (詳如：Rowe, Almeida, Jacobson, 1999; Lahey, Gordon, Loeber, Stouthamer-Loeber, & Farrington, 1999; White & Hansell, 1998) 更指出早期的過激行爲，也可能是其他更嚴重的暴力行爲、幫派行爲或吸毒、藥物濫用行爲的先前行爲 (precursors) 或是因果 (causal-effective) 關係。這些相關研究均指出，長期地觀察分析青少年的過激行爲，不僅可以了解青少年的不良行爲的形成歷程，若有其他觀察資料的配合，亦可以進一步提供青少年未來其他行爲的預測模式，因此將這些縱貫資料作本文所建議的 LTM 模式的序貫分析是十分恰當的，且可預期其結果將有相當的社會學實務應用參考價值。

2.2 潛藏轉移模式的統計研發

潛藏轉移模式的統計研發起源相當早，例如 Wiggins (1973) 便有類似本文的潛藏轉移統計模式的簡單潛藏式馬可洛夫模式 (hidden Markov model 簡稱 HMM) 的提出與應用。類似的模式也曾被學者應用於社會學的研究，例如 Poulsen (1982)、Van de Pol & De Leeuw (1986) 及 Van de Pol & Langeheine (1990)，而成爲社會

學研究方法的一種。以統計學的眼光來比較，這些 HMM 模式與本文的 LTM 模式相似處之一，在於這些模式有的是用以處理在每個時間點中的一個連續依變數 (dependent variable) 或指標變數 (indicator variable)；而本文的 LTM 模式，則在每個時間點有多個二元的 (dichotomous) 指標變數。

LTM 除了在人文社會學研究領域的應用外，它的應用範圍其實很廣泛，例如 Collins and Wugalter (1992) 及 Graham, Collins, Wugalter, Chung, & Hansen (1991) 將 LTM 模式用以分析精神醫學研究 (psychiatric studies) 的資料。依此，可大致看出 LTM 的重要性及其實用價值的受重視程度。

從統計模式架構 (model setups) 的多樣化角度來看 LTM 的發展，早期的 LTM 大多以連續型的單一依變數為研究的標的，例如 Wiggins (1973)，隨後 Van de Pol & Langeheine (1990) 將 LTM 模式擴展到每個時間點可有一個以上的依變數，而且是在多個組別下 (multiple groups)，後來的研究發展將離散資料也列入依變數的範圍之中，其中也包含了多元的離散變數，例如 Collins & Wugalter (1992) 及 Graham, Collins, Wugalter, Chung, & Hansen (1991)。而 Humphreys (1997) 也曾經提出了一個相當複雜的擴展式 LTM 模式，該模式的測量 (measurement) 部分，除了可加入多個依變量外成爲多變量 (multivariate) 函數外，並且包含了隨機效果 (random effects) 的估算。

不同的參數估算方法也是相關統計模式研究的重點之一，其中以最大近似估算法 (maximum likelihood estimation, 簡稱 MLE) 是相關的研究文獻中，最常被選來估算潛藏轉移模式中參數的估算方法，從早期 Wiggins (1973) 的研究，到近年 Collins & Wugalter

(1992), Langeheine & Van de Pol (1990), Langeheine & Van de Pol (1994) 及 Graham, Collins, Wugalter, Chung, & Hansen (1991) 的研究，最大近似估算法都是些研究者最主要的參數計算方法，本文的參數計算也是以最大近似估算法為主。

LTM 在貝氏統計架構下的應用，以往因計算上的複雜，而較少被實際應用，但近年來因演算方法 (algorithms) 及電腦計算能力的大幅提昇，LTM 於貝氏統計架構下的發展，無論是在理論的研發或實際應用上，皆獲得明顯的進展，因此 LTM 與貝氏統計的結合，在文獻上的能見度大幅的上升，例如 Robert, Celeux, & Diebolt (1993)、Chib (1996) 以及 Yang, Wu, Yang, & Lyu (2000)。

三、潛藏轉移模式的理論

以下分兩部分，比較潛藏轉移模式 (LTM) 與潛藏類別分析 (LCA) 模式，並簡介 LTM 之數理統計理論基礎。

3.1 為何需要 LTM 模式

傳統上，若研究的分析模式需假設潛藏的變數 (Latent variable) 為離散 (discrete or categorical) 的情況，可以藉由潛藏類別分析 (Latent Class Analysis) 模式的方式對資料進行分析。詳細的潛藏類別分析模式的統計背景及估算方法之介紹，可參閱楊志堅、楊志強 (1999)、Bartholomew (1987) 及 Yang, Muthén, & Yang (1999)。另外 LCA 的實例應用於楊志堅、劉湘川、楊志強 (1999) 及楊志堅、楊志強 (1999) 中亦有舉例。由於常用的潛藏類別分析模式的估算方法，如最大近似函數估算法 (MLE)，需要在給定 (given) 一個潛藏

類別之後，項目之間要有條件獨立的假設，因此若觀測所得的多變量資料，是從縱貫研究 (longitudinal study) 中對同一研究樣本重複測量 (repeated measure) 而得的；則對同一時間點下的多變量資料，條件獨立的假設或許可成立，但若意圖將此假設擴展至多個時間點下，由於每一個單一樣本於不同時間點之間可能有高度的自我相關 (autocorrelation)，因此使得 LCA 的條件獨立假設不太可能於縱貫研究中成立。相對之下，LTM 直接估算不同的潛藏類別變數之間在不同時間點下的相對關係，比較符合縱貫研究中試圖找出同一群觀察樣本於長時間下的整體表現的研究目的。換句話說，LTM 允許於不同的多個潛藏類別變數比起 LCA 的單一個潛藏類別變數的設定，更適合於縱貫研究中所得的資料分析。

3.2 LTM 的數理基礎簡介

以下介紹 LTM 模式的技術性統計性質及其數學公式推導。在單一個時間點下，潛藏轉移模式事實上可視為是一個潛藏類別分析 (latent class analysis, 簡稱 LCA) 模式。因此，以第一個時間點而言，假設 $\pi_{kc} = Pr(y_{ik} = 1 | c)$ 是在已知 c 時，第 i 位受測者對第 k ($k = 1, \dots, t$) 個題項的實際反應結果 ($y_{ik} = 1$) 的條件機率 (π_{kc})。其中對 c 的估算，亦即 \hat{c} ，它是利用觀察調查所得之實徵資料 (y_{ik})，經該模式之計算後，整個模式對受測者的估計 (estimated) 潛藏狀態 (latent membership) 之描述， \hat{c} 實際的計算過程是利用貝氏定理 (Bayes Theorem) 中的事後分配 (posterior) 計算方式而來。換句話說，它是在經由實徵資料及模式參數等綜合資料的加權計算後所得的估計結果。 \hat{c} 的詳細計算過程，除可進一步參閱較強調統計計算學方面的文獻 (如 Bartholomew, 1987) 外，在稍後的本文中，亦有簡略介紹。

進一步的實質解釋例子如下：若假設受測者的可能潛藏狀態為兩種其中之一，且經模式之估算後， $\hat{c} = 0$ ，則表示受測者的估算潛藏狀態是屬於呈陰性反應之類別或是並不具有該症狀之組群。反之，若 $\hat{c} = 1$ ，則表示受測者的估算潛藏狀態是屬於呈陽性反應之類別或是具有該症狀之組群。以青少年的暴力行為研究為例，若受測者對題項的實際反應結果為“是”，則 $y_{ik} = 1$ 。反之，若受測者對題項的實際反應結果為“非”，則 $y_{ik} = 0$ ，經過模式的估算，若受測者的估算潛藏狀態 $\hat{c} = 0$ ，則其估算類別是屬於不具有該暴力行為之組群，反之，若 $\hat{c} = 1$ ，則其估算類別是屬於具有該暴力行為之組群。

因此，第 i 位受測者在第 1 至第 t 個題項的實際反應結果若為 $Y_i = (y_{i1}, \dots, y_{it})'$ 則其發生機率為

$$g(Y_i) = \sum_{c=0}^1 \lambda_c g_c(Y_i),$$

其中 $\lambda_c = Pr(c=0, 1)$ ，而 $g_c(Y_i) = Pr(Y_i | c=0, 1)$ 。

在第 1 至第 t 個題項間的條件獨立 (conditional independence) 假設成立下，每一個潛藏類別之觀察值函式 (observed data function)，可表示如下，

$$g_c(Y_i) = \prod_{k=1}^t \pi_{kc}^{y_{ik}} (1 - \pi_{kc})^{1-y_{ik}}.$$

因此，每一位受測者的近似函數 (likelihood function)，在條件獨立的假設下，可以表示如下，

$$g(Y_i) = \sum_{c=0}^1 \lambda_c \prod_{k=1}^t \pi_{kc}^{y_{ik}} (1 - \pi_{kc})^{1-y_{ik}}.$$

其中潛藏變數 c 可視為一個潛藏的類別變數 (latent categorical variable)，換句話說， c 可視為 Dempster, Laird, & Rubin (1977) 的 E-M 算法 (Expectation-Maximization algorithm) 中的不完全資料 (missing data)，只不過 c 在 LCA 或 LTM 模式中是全部皆為潛藏的類別指標值 (latent indicator)，雖然 c 可以很容易的推廣到兩個類別以上，亦即 $c=0, 1, 2, \dots, s$ ，但是，為了簡化以下的數理統計推導過程，本文主要以兩個潛藏類別，亦即 $c=0, 1$ 的 LTM 模式為主要推導範例，但在實例分析中則不在此限。

將單一個時間點的 LCA 模式推廣到多個時間點的架構下，便是 LTM 模式的基本原理，以第一個時間點來說，若假設 $f(y_{ik}|c_{ie=1})$ ，是服從伯努力分配 (Bernoulli distribution)，則

$$f(y_{ike=1}|c_{ie=1}) \sim \text{Bernoulli}(\pi_{kce=1})$$

其中 $\pi_{kc(e=1)}$ 為第一個時間點的第 k 個題項的實際反應結果的條件機率，而 $e=1, 2, \dots, E$ ， e 代表縱貫研究的時間點位置。如此 c_{ie} 便可代表在第 e 個時間點時，第 i 位受測者的潛藏狀態，潛藏狀態的實質解釋與 LCA 模式相同。

當 $e > 1$ ，亦即在縱貫研究的第一個時間點以後， c_{ie} 以下列數學式表示，

$$\log\left(\frac{P(c_{ie}=1|y_{ike}, c_{ie-1})}{P(c_{ie}=0|y_{ike}, c_{ie-1})}\right) = \beta_0 + \beta_1 c_{ie-1}, \quad (1)$$

其中 c_{ie-1} 代表受測者的前一個時間點的潛藏狀態，它藉由類似像羅吉回歸式 (logistic regression) 的方式連結下一個時間點的潛藏狀態 c_{ie} ， β_0 與 β_1 分別是這個羅吉回歸式的截距與斜率。因此，任何兩個時

間點之間的潛藏狀態，便以下的機率轉移矩陣 (transition probability matrix) 的關係，

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{00} & \lambda_{01} \\ \lambda_{10} & \lambda_{11} \end{bmatrix},$$

其中 $\lambda_{ab} = P(c_{ie} = a | c_{ie-1} = b)$ 。而 λ_{ab} 的實質意義可解釋為於時間點 $e-1$ 時具有潛藏狀態 b 之受測個體將在時間點 e 時轉移成潛藏狀態 a 的機率。

以上機率轉移矩陣的由來，是將公式(1)經由一些簡單的代數轉換、計算而來，例如，以兩個潛藏類別的 LTM 模式為例， λ_{ab} 可以數學式簡述如下，

$$\lambda_{00} = \frac{1}{1 + e^{\beta_0}},$$

$$\lambda_{01} = \frac{e^{\beta_0}}{1 + e^{\beta_0}},$$

$$\lambda_{10} = \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1}}, \text{ 及}$$

$$\lambda_{11} = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1}}。$$

換句話說， λ_{ab} 與 β 之間有逆向 (inverse) 的羅吉轉換 (logit transformation) 關係。這樣的兩個時間點間的相關模式，又可稱為馬可洛夫鏈結 (Markov chains)，而類似的數學關係，也曾在 Diggle, Liang, & Zeger (1994) 的文中，被利用來分析實際觀察的資料 (observed data)。將以上的兩個時間點之間的模式擴充到所有縱貫研究中的任

兩個時間點間，便構成了整個 LTM 模式中所有潛藏狀態於不同時間點間的變化與連結架構。

另外，若潛藏類別變數的類別總數若超過兩個以上 ($s > 1$)，機率轉移矩陣可用以下的方式來表達，

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{00} & \lambda_{01} & \cdots & \lambda_{0(c_e=s)} \\ \lambda_{10} & \lambda_{11} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \lambda_{ab} & \cdots \\ \lambda_{(c_{e-1}=s)0} & \cdots & \cdots & \lambda_{(c_{e-1}=s)(c_e=s)} \end{bmatrix},$$

其中 $\lambda_{ab} P(c_{ie}=a|c_{ie-1}=b)$ 與前述例子相同。而 λ_{ab} 的實質意義可解釋為於時間點 $e-1$ 時具有潛藏狀態 b 之受測個體，將在時間點 e 時轉移成潛藏狀態 a 的機率，亦與前述例子相同。所不同的是由於潛藏類別的類別總數現已大於二，因此不同時間點間的潛藏類別，如 c_{ie} 與 c_{ie-1} 之間的連結方法（即公式一中所述）需作適當的擴充，亦即公式一中「對數勝率」(log-odds) 中的分子： $P(c_{ie}=1|y_{ike}, c_{e-1})$ ，現在必須兼顧到 $P(c_{ie}=1, 2, \dots, s|y_{ike}, c_{e-1})$ 的情況，且習慣上通常把 $P(c_{ie}=0|y_{ike}, c_{e-1})$ 當作參考類別 (reference class)，亦即公式一中之分母，不過這個設定可因實質解釋的需要而作更動，並且不會影響參數的數值估算。

本文中 LTM 模式的參數之實際運算將架構在最大近似估算法之下，由於 LTM 複雜的近似函數 (likelihood functions)，封閉的參數解 (closed form solution) 並沒有辦法得到，因此我們利用 E-M 算法 (Dempster, Laird, & Rubin, 1977) 迭代估算出 LTM 的參數值。

E-M 算法最主要的步驟之一是以期望值來取代不完全 (missing) 或潛藏 (latent) 資料，這部分的估算過程便是有名的 E-步驟 (E-

step)，將 E-步驟所產生的不完全或潛藏資料之取代值（即其期望值）代入原先模式中所假想的完整資料近似函數（complete data likelihood）中，再將這個已經由潛藏資料的期望值所充填的完整資料近似函數，依循數學上一般的求極大值的數值方法求其極大值，這部分的估算過程便是 M-步驟（M-step），將 M-步驟所產生的參數估計值再代回 E-步驟中，產生新的潛藏資料的期望值，再將這些新的參數估算值及新的期望值代入完整資料近似函數中，繼續新一次的 M-步驟，如此反覆進行 E-步驟與 M-步驟的迭代（iteration），直到上一個近似函數值與下一個近似函數值的絕對值差小於研究者所設定容忍值（tolerance），便可認定這次的估算過程已經收斂到某一個極大值。

以第一個時間點為例，整個假想的完整資料近似函數中的潛藏資料便是受測者的潛藏類別指標（ c_i ），它的期望值如下，

$$h_{ci} = \frac{\lambda_c g_c(Y_i)}{\sum_{c=0}^s \lambda_c g_c(Y_i)},$$

實際運算時便以 h_{ci} 為 c_i 的替代值。E-M 算法的進行步驟，再簡要總結如下：

- 步驟一：給每一個欲估計的參數合理的起始值。
- 步驟二：將現行的參數值填入估計函數中。
- 步驟三：進行 E-步驟。
- 步驟四：進行 M-步驟。
- 步驟五：檢查上一個近似函數值與下一個近似函數值的絕對值差，是否小於研究者所設定容忍值（ ϵ ），若未小於 ϵ ，則回到第二步驟繼續迭代；若已小於 ϵ ，則停止迭代。

四、潛藏轉移模式的實例分析 ——青少年的暴力行爲發展

以下將青少年的暴力行爲發展的長期追蹤縱貫資料 (Wu, 1999) 以潛藏轉移模式分析, 實際分析的樣本數是 1,295 名青少年, 這是因爲縱貫研究時部分樣本未能完成全部的時間點問卷調查, 將這些不完全資料刪除後, 我們將表一中的有關青少年的過激行爲的七個問項資料, 以兩個潛藏類別 ($s=1$; 亦即 $c=0, 1$) 的 LTM 模式分析, 簡稱模式一, 並將分析結果摘要解釋如下。

由表二中的數字可知這三年中青少年過激行爲的兩個潛藏類別比例, 大約是呈穩定的狀態, 不過, 其中的潛藏過激行爲類別的比例 ($c=1$) 稍微有逐年少量遞減的趨勢, 相對而言, 另一個潛藏類別: 非過激行爲的比例 ($c=0$) 便有逐年少量遞增的趨勢, 這符合一般青少年心理學或社會學的直觀看法, 因一般威信青少年在心理學習或社會化的過程較成熟之後, 部分青少年的這類問題行爲將自動因心智成熟而減少或改善。但即使如此, 第一年約有 21.26% 青少年可能是屬於潛

表2 模式一的類別比例

		類別比例
第一年	$c=0$	78.74%
	$c=1$	21.26%
第二年	$c=0$	81.22%
	$c=1$	18.78%
第三年	$c=0$	86.67%
	$c=1$	13.33%

藏的過激行為類別，而第二、三年分別還是約有 18.78% 及 13.33% 青少年可能是屬於潛藏的過激行為類別，這樣的比例似乎相當高，值得社會學家或是教育工作者再進一步深究其原因。

我們將此 LTM 模式的潛藏類別個數擴展到三個，亦即 $s=2$ ($c=0, 1, 2$)，簡稱模式二，模式二中除了原先的非過激行為潛藏類別 ($c=0$) 與過激行為潛藏類別 ($c=2$) 外，再新增一個介於這兩個類別之間的新類別 ($c=1$)，依此設定重新估算後，這三個類別於該研究中三年所佔比例，分別如表三中所示。新增的潛藏類別的實質意義將在稍後解釋，而模式一及模式二的統計選擇 (statistical model selection) 將在第五單元討論。

LTM 的估算結果除了可以顯示每年潛藏類別的比例之外，它還有一個相當有用的功能，它可藉由類似於醫學診斷時常用的診斷工具敏感度 (sensitivity) 及特質度 (specificity) 來顯示問項間的內部一致程度 (internal consistency) 亦即問項間的內部效度 (internal validity)，表四列舉在假設已知潛藏類別時的條件機率，例如 $P(\text{揍}$

表3 模式二的類別比例

		類別比例
第一年	$c=0$	71.23%
	$c=1$	25.20%
	$c=2$	3.57%
第二年	$c=0$	74.21%
	$c=1$	22.85%
	$c=2$	2.94%
第三年	$c=0$	80.45%
	$c=1$	18.54%
	$c=2$	1.01%

表4 模式一的條件機率(敏感度及特質度)

$P(y_{ke} c_e)$	第一年	第二年	第三年
$P(\text{揍人}=1 c=1)$	0.6708	0.5942	0.7054
$P(\text{揍人}=0 c=0)$	0.8644	0.9131	0.9081
$P(\text{破壞}=1 c=1)$	0.3810	0.4004	0.4306
$P(\text{破壞}=0 c=0)$	0.9891	0.9852	0.9878
$P(\text{闖入}=1 c=1)$	0.0254	0.0329	0.0869
$P(\text{闖入}=0 c=0)$	0.9992	0.9992	0.9993
$P(\text{傷人}=1 c=1)$	0.4545	0.2701	0.3310
$P(\text{傷人}=0 c=0)$	0.9648	0.9967	0.9957
$P(\text{攻擊}=1 c=1)$	0.0617	0.0452	0.0985
$P(\text{攻擊}=0 c=0)$	0.9990	0.9993	0.9995
$P(\text{勒索}=1 c=1)$	0.0254	0.0342	0.0811
$P(\text{勒索}=0 c=0)$	0.9992	0.9993	0.9995
$P(\text{玩火}=1 c=1)$	0.6665	0.4142	0.4338
$P(\text{玩火}=0 c=0)$	0.9064	0.9608	0.9741

人=1| $c=1$)的估算值之實質解釋便可當成這個問項(診斷工具)的敏感度,而 $P(\text{揍人}=0|c=0)$ 的估算值便可當成這個問項的特質度。

從表四中似乎顯示出這些問項的敏感度不高而特質度卻相當好,亦即,這些問項在正確地辨認非潛藏過激行為類別上的準確率遠大於在正確地辨認潛藏過激行為類別上的準確率。似乎,從消極的角度來看這些問項,只要沒有這些行為便可以非常的肯定受測者不可能是潛藏的過激行為群,且這推論的正確率相當高,以 $P(\text{破壞}=0|c=0)$ 於第一年的估算數值是0.9891為例,便可推論第一年的非潛藏過激行為群($c=0$)的青少年中,沒有這個問項的行為的機率高達98.91%;相對而言,潛藏的過激行為群中,有這七個問項的某一項過激行為的比例

也許並不是很高，以 $P(\text{破壞}=1|c=1)$ 於第一年的估算數值是 0.3810 為例，它的可能推論是第一年的青少年潛藏過激行爲群中 ($c=1$)，受測者有這個問項行爲的機率是 38.10%。

但是，從另一個角度來看這些數字，也可以得到另一些有用的資訊，表五將同一個潛藏類別的每一個問項結果爲陽性反應 ($y_{ke}=1$) 的兩個條件機率：

$$P(y_{ke}=1|c_e=0, 1)$$

以勝率 (odds) 的方式呈現，我們簡稱這些條件機率爲 *CP-Odds* (Conditional Probability Odds)，我們所稱的 *CP-Odds* 之計算公式如下，

$$CP\text{-}Odds_{ke} = \frac{prob(y_{ke}=1|c_e=1)}{prob(y_{ke}=1|c_e=0)}$$

表5 模式一的條件機率的勝率

	第一年	第二年	第三年
揍人	4.95	6.84	7.68
破壞	34.95	27.05	35.30
闖入	31.75	41.12	124.14
傷人	12.91	81.85	76.98
攻擊	61.70	64.57	197.00
勒索	31.75	48.86	162.20
玩火	7.12	10.57	16.75

其中 k 為 1, 2, ..., t 代表測驗的第某個問項, e 為 1, 2, ..., E 代表縱貫研究的第某年。事實上, *CP-Odds* 可以有相當重要的實質解釋, 例如表五中, 雖然以“破壞”這個問項於第一年的敏感度為 0.3810, 亦即, $P(\text{破壞}=1|c_{e=1}=1)=0.3810$ 。但是, 這個問項的 *CP-Odds* 卻高達 34.95, 換句話說, 第一年假若是已知的潛藏過激行爲的青少年群中 ($c_{e=1}=1$), 他(她)們有這個問項行爲是陽性反應的機率 $P(\text{破壞}=1)$, 是同年的已知非潛藏過激行爲的青少年群中 ($c_{e=1}=0$), 卻可能有這個問項行爲是陽性反應之機率的 34.95 倍, 至第三年時, 這個數字可增加至 35.30 倍。

再以另外一個問項——「攻擊」爲例, 它第一年的敏感度只有約 6.17%, 但是這個問項的 *CP-Odds* 卻高達 61.70, 爲第一年中各問項之首, 也就是說, 第一年已知的潛藏過激行爲的青少年群中, 他(她)們曾有攻擊行爲的機率, 是同年的已知非潛藏過激行爲的青少年群中, 但卻可能有攻擊行爲之機率的 61.70 倍, 至第三年時, 這個數字更是激增到 197 倍; 換句話說, 從受測者的潛藏類別中, 我們可推論潛藏的過激行爲者比非過激行爲者, 有將近兩百倍的機率可能曾有過「攻擊」行爲。另外, 各個問項的 *CP-Odds* 於整個縱貫研究期間的趨勢, 可進一步從圖二中明顯的看出大致是呈正成長的趨勢。

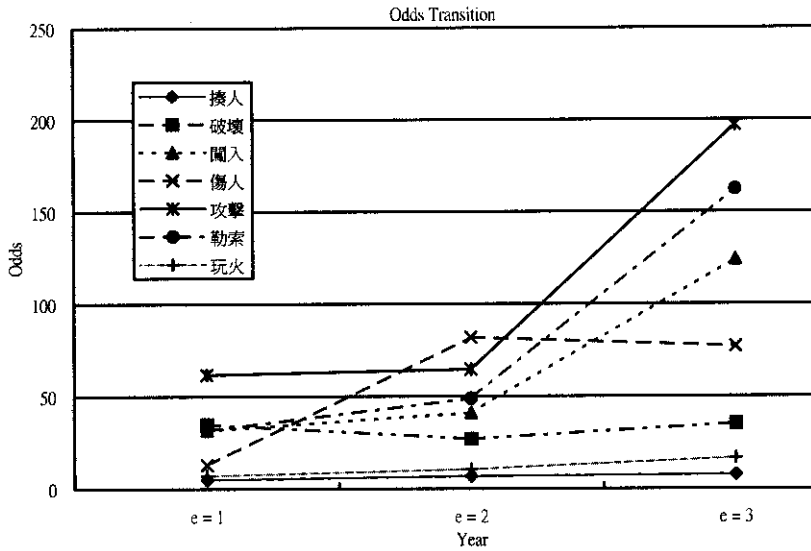


圖2 模式一的勝率變化趨勢圖

雖然本例中的 *CP-Odds* 可以有實質上的解釋意義，並有助於不同問項間對於潛藏類別的相對比較，但根據經驗（劉長萱，2000; conference discussant comments）LCA 及 LTM 模式中的 *CP-Odds* 值易受條件機率的改變而變化，因此相當敏感，*CP-Odds* 的值只能提供項目間的相對參考，也許並不適宜作為一個絕對的解釋依據。

模式二中的條件機率 $P(y_{ke}=1|c_e=0, 1, 2)$ ，如表六，除了以上的用途外，另有一個如同因素分析 (factor analysis) 模式中的因素負荷 (factor loading) 值的功用，可用來解釋不同潛藏類別的實質意義，除了 $c=0$ 這個類別還是原來的非過激行為群外， $c=1$ 這個類別或許可以解釋成較不嚴重的過激行為群，因為這個類別群的受測者相較於其他的兩類行為群，他（她）們只在於較不暴力的行為問項上有較高

的條件機率，例如：揍人、破壞、傷人、玩火等項，而且這些機率亦遠小於 $c=2$ 這個類別中的對應條件機率，因此 $c=2$ 這個類別或許可以稱為嚴重的過激行為群。

表6 模式二的條件機率

$P(y_{ke}=1 c_e)$	第一年	第二年	第三年
$P(\text{揍人}=1 c=0)$	0.1035	0.0556	0.0651
$P(\text{揍人}=1 c=1)$	0.5681	0.5077	0.6046
$P(\text{揍人}=1 c=2)$	0.9125	0.8499	0.9234
$P(\text{破壞}=1 c=0)$	0.0048	0.0082	0.0091
$P(\text{破壞}=1 c=1)$	0.2381	0.2619	0.2729
$P(\text{破壞}=1 c=2)$	0.7316	0.7258	>0.9999
$P(\text{闖入}=1 c=0)$	<0.0000	<0.0000	<0.0000
$P(\text{闖入}=1 c=1)$	<0.0000	<0.0000	0.0084
$P(\text{闖入}=1 c=2)$	0.1515	0.2098	>0.9999
$P(\text{傷人}=1 c=0)$	0.0249	<0.0000	0.0032
$P(\text{傷人}=1 c=1)$	0.3199	0.1376	0.1904
$P(\text{傷人}=1 c=2)$	0.7278	0.7160	>0.9999
$P(\text{攻擊}=1 c=0)$	<0.0000	<0.0000	<0.0000
$P(\text{攻擊}=1 c=1)$	0.0117	<0.0000	0.0167
$P(\text{攻擊}=1 c=2)$	0.2854	0.2885	>0.9999
$P(\text{勒索}=1 c=0)$	<0.0000	0.0010	<0.0000
$P(\text{勒索}=1 c=1)$	<0.0000	<0.0000	0.0083
$P(\text{勒索}=1 c=2)$	0.1516	0.2099	0.9234
$P(\text{玩火}=1 c=0)$	0.0729	0.0300	0.0143
$P(\text{玩火}=1 c=1)$	0.5517	0.3005	0.3171
$P(\text{玩火}=1 c=2)$	0.6860	0.6357	>0.9999

LTM 模式的主要優點之一，在於它能提供不同的潛藏狀態於不同的縱貫研究的時間點之間的轉移情形，而許多研究的主要目的也常需要以現有的資料預測未來可能的發展情形。在表七中，不同的潛藏狀態在不同的縱貫研究時間點之間的轉移情形以轉移的機率來表示。

表7 模式一的轉移機率矩陣(transition probability matrix)

		第二年		第三年	
		$c=0$	$c=1$	$c=0$	$c=1$
第一年	$c=0$	0.9433	0.0567		
	$c=1$	0.3264	0.6736		
第二年	$c=0$			0.9831	0.0169
	$c=1$			0.3634	0.6366

從表七中，我們可發現第一年的潛藏類別是屬於非過激行爲 ($c_{e=1}=0$) 的青少年群，他們在第二年繼續維持在這個潛藏類別的機率大約是 94.33%，而轉移成過激行爲 ($c_{e=2}=1$) 的潛藏類別的機率約 5.67%。從另一個角度來看，第一年的潛藏類別若是屬於過激行爲 ($c_{e=1}=1$) 的青少年群，他們到了第二年繼續維持在這個潛藏類別的機率約是 67.36%，而轉移成爲非過激行爲 ($c_{e=2}=0$) 的潛藏類別的機率約爲 32.64%。

第二年及第三年之間的潛藏類別間的轉移情形也可從表七中得知，其解讀方法與前述例子相同，實際的潛藏類別間的轉移情形與第一年及第二年間的轉移情形大致相同。值得注意的是，第二年的潛藏類別若是屬於非過激行爲 ($c_{e=2}=0$) 的青少年群，他們在第三年繼續維持在這個潛藏類別的機率約是 98.31%，而轉移成過激行爲 ($c_{e=3}=1$) 的潛藏類別的機率約 1.69%。與第一、二年間的潛藏類別轉移情形

相比，第二、三年間的非過激行為潛藏類別有更高的穩定性。另外，第二年的潛藏類別若是屬於過激行為 ($c_{e=2}=1$) 的青少年群，他們在第三年繼續維持在這個潛藏類別的機率約是 63.66%，因可能隨著年齡的增長以及心智成熟，他們比在第二年時有較多的青少年轉移成非過激行為 ($c_{e=3}=0$) 的潛藏類別，其機率約 36.34%。

模式二的三個潛藏類別於不同年間的轉移情形，可從表八中的轉移機率矩陣得知，其解讀方法與前述模式一的例子相同。

表8 模式二的轉移機率矩陣(transition probability matrix)

		第二年			第三年		
		$c=0$	$c=1$	$c=2$	$c=0$	$c=1$	$c=2$
第一年	$c=0$	0.9321	0.0585	0.0094			
	$c=1$	0.2931	0.6829	0.0240			
	$c=2$	0.1203	0.4121	0.4676			
第二年	$c=0$				0.9875	<0.0000	0.0125
	$c=1$				0.3018	0.6982	<0.0000
	$c=2$				0.0943	0.8794	0.0263

五、LTM 模式的診斷及確認

使用 MLE 架構下的 E-M 算法來估計 LTM 模式時，有一些技術上的細節需要注意，甚至 LTM 模式本身也有應注意的技術上的細節，以下簡述這些技術上的細節提供為參考。

MLE 架構下的 E-M 算法，和所有試圖找尋數學函式的極值之反覆迭代算法一樣，都可能有找到區域性極值 (local maximum) 而非全體性的真正極值 (global maximum)，比較簡單的解決的辦法是嘗

試許多不同的起始值 (starting values) 來啟動 E-M 算法, 然後再檢查, 這些從不同起始值所的估算結果是否相同, 亦即是否皆收斂於某一個極值, 若是, 則所找到的估算結果就相當有可能是一個全體性的真正極值。以本文實例分析為例, 至少五組以上不同的起始值就曾經被嘗試過, 而它們皆能夠收斂至相同的極值點, 因此本文所展示的估算結果有相當高的參考價值。

模式一與模式二的選擇, 亦即潛藏類別個數的選取, 可運用社會學學者或青少年心理學學者對青少年潛藏過激行為的實質研究經驗做為理論上的主觀判定基礎, 例如: 模式一的兩個潛藏類別 LTM 模式是實質經驗上最容易理解的模式。此外, 也可利用統計模式選取指標 (model selection index) 來作潛藏類別個數的選取, 依文獻的建議 (Yang, Muthén, & Yang, 1999; Yang, Wu, Yang, & Lyu, 2000; 及該文中的相關參考文獻) 以貝氏訊息標準 (Bayesian Information Criteria, 簡稱 BIC) 的大小, 來判定不同潛藏類別個數的 LCA 或 LTM 模式間之適合度 (goodness of fit), 是一個較適當的統計方法, 而經過計算, 模式一 ($s=1; c=0, 1$) 與模式二 ($s=2; c=0, 1, 2$) 以及當 $s=3; c=0, 1, 2, 3$ 的模式三的 BIC 值分別為 10730.5133、10533.8292 及 10610.5627, 因此依 BIC 之使用方法, 模式二的 BIC 值最小, 所以它在統計上是較為適當的模式。

六、結論

本文展示了 LTM 在社會學縱貫研究的實際可行性; 從相關文獻中, 可知近年間 LTM 受到相關的研究者重視的程度, 我們亦不難預測 LTM 於未來的發展潛力, 尤其以 LTM 豐富而細膩的多樣化實質

解釋能力，可以在社會學或心理學的縱貫研究中，有很好的發揮空間。它更可進一步配合預防或中介研究，正確地找出潛藏目標，施以補救措施。

LTM 的可能缺點，除了計算上的複雜外，可惜的是，目前可用的 LTM 估算電腦軟體並不普遍，LTM 模式也還不是知名統計軟體如 SAS、SPSS 等的預設 (default) 估算過程，除非研究者能夠自行利用如 SAS-IML 等類的程式語言，自行寫作，或者是利用一些較特殊的現成軟體，否則 LTM 並沒有辦法更為普及。而本文的估算過程，是以 FORTRAN-90 加上 IMSL 的電腦程式語言自行研發而來，因為這個原因，本文的估算過程在實際執行時的計算速度是相當快的。

LTM 未來於統計方法上的可能發展，除了可進一步研發不同的估算方法 (如吉氏取樣, Gibbs Sampling) 以及不同的統計推論架構 (如 Yang, Wu, Yang, & Lyu 2000) 來分析 LTM 模式外，我們也將進一步將把 LTM 模式包含可因時間的改變而變化或不變化的獨立變數，類似的做法如楊志堅、楊志強 (1999) 之應用於 LCA 模式或 Yang, Wu, Yang, & Lyu (2000) 之 LTM 模式，這些新加的獨立變數可用來解釋潛藏類別，使潛藏類別的解釋與估計，更有意義及穩定。

參考書目

楊志堅、楊志強

1999 〈貝氏統計之廣義隱藏式類別分析法〉《測驗年刊》46(2): 73-84。

楊志堅、劉湘川、楊志強

1999 〈貝氏隱藏式類別分析統計法在數學科教育評量的應用〉《台中師院學報》13: 1-14。

劉長萱

- 2000 Conference discussant comments. 「第三屆調查研究方法與應用學術研討會」, 台北: 中央研究院。

Bartholomew, D. J.

- 1987 *Latent Variable Models and Factor Analysis*. Oxford University Press, New York, NY, U.S.A.

Chaiken, J. M., & Chaiken, M.R.

- 1982 *Varieties of Criminal Behavior*. Santa Monica, CA: Rand Corporation.

Chib, S.

- 1996 "Calculating Posterior Distributions and Modal Estimates in Markov Mixture Models." *Journal of Econometrics* 75: 79-97.

Collins, L. M., & Wugalter, S. E.

- 1992 "Latent Class Models for Stage-Sequential Dynamic Latent Variables." *Journal of Multivariate Behavior Research* 27: 131-157.

Dempster, A. P., Laird, N. M., & Rubin, D. B.

- 1977 "Maximum Likelihood from Incomplete Data Via the E-M Algorithm (with discussion)." *Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B.* 39: 1-38.

Diggle, P. J., Liang, K-Y, & Zeger, S. L.

- 1994 *Analysis of Longitudinal Data*. Oxford: Clarendon Press.

Graham, J. W., Collins, L. M., Wugalter, S.E. Chung, N. K., & Hansen, W. B.

- 1991 "Modelling Transitions in Latent Stage-sequential Processes: A Substance Use Prevention Example." *Journal of Consulting and Clinical Psychology* 59: 48-57.

Humphreys, K.

- 1997 "Classification Error Adjustments for Female Labour Force Transitions Using a Latent Markov Chain with Random Effects." In *Applications of Latent Trait and Latent Class Models in the Social Sciences*, (pp. 370-379), ed. J. Rost and R. Langeheine. New York: Waxmann Publishing Co.

Lahey, B.B., Gordon, R.A., Loeber, R., Stouthamer-Loeber, M., & Farrington, D.P.

- 1999 "Boys Who Join Gangs: A Prospective Study of Predictors of First Gang Entry." *Journal of Abnormal Child Psychology* 27: 261-276.

- Langeheine, R., & Van de Pol, F.
1990 "A Unifying Framework for Markov Modeling in Discrete Space and Discrete Time." *Sociological Methods and Research* 18: 416-441.
- Langeheine, R., & Van de Pol, F.
1994 "Discrete-Time Mixed Markov Latent Class Models." In *Analyzing Social and Political Change: A Casebook of Methods*, ed. A. Dale and R.B. Davies. 171-197.
- Poulsen, C. A.
1982 *Latent Structure Analysis with Choice Modelling*. Aarhus: Aarhus School of Business Administration and Economics.
- Robert, C. P., Celeux, G., & Diebolt, J.
1993 "Bayesian Estimation of Hidden Markov Chains: A Stochastic Implementation." *Statistics and Probability Letters* 16: 77-83.
- Rowe, D. C., Almeida, D. M., Jacobson, K. C.
1999 "School Context and Genetic Influences on Aggression in Adolescence." *Psychological Science* 10: 277-280.
- Tolan, P. H., & Loeber, R.
1993 "Antisocial Behavior." In *Handbook of Clinical Research and Practice with Adolescents*, (pp. 307-331), ed. P. H. Tolan and B. J. Cohler. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Van de Pol, F., & De Leeuw, J.
1986 "A Latent Markov Model to Correct for Measurement Error." *Sociological Models and Research* 15: 118-141.
- Van de Pol, F., & Langeheine, R.
1990 "Mixed Markov Latent Class Models." In *Sociological Methodology 1990*, ed. C.C. Clogg. Oxford: Basil Blackwell.
- White, H. R. & Hansell, S.
1998 "Acute and Long-Term Effects of Drug Use on Aggression from Adolescence into Adulthood." *Journal of Drug Issues* 28: 837-858.
- Wiggins, L. M.
1973 *Panel Analysis*. Amsterdam: Elsevier.
- Wu, C. I.
1999 "The Intergenerational Transmission of Harsh Parenting in Modern Taiwan." In *New Qualities in the Life Course: Intercultural Aspects*, ed. R. Richter and S. Supper. Germany: Ergon-Verlag.

Yang, C. C., Muthén, B., & Yang, C. C.

1999 "Finite Mixture Multivariate Generalized Linear Models Using Gibbs Sampling and E-M Algorithm." *Proceedings of the National Science Council Part A: Physical Science and Engineering* **23**: 695-702.

Yang, C. C., Wu, C. I., Yang, C. C., & Lyu, S. Y.

2000 Bayesian Latent Transition Analysis for Modeling Longitudinal Study of Adolescent Aggressive Behaviors. (submitted for publication).
