

÷	∞	≥	+
∫	∞	√	
	β	×	×
±	π	α	

社會科學計量方法發展與應用 學術研討會

潛藏成長曲線分析的邏輯與應用：
重覆測量資料之動態結構方程模型

吳齊殷

中央研究院中山人文社會科學研究所助研究員

主辦單位：中央研究院中山人文社會科學研究所
 時間：中華民國八十四年三月九日至三月十日
 地點：中央研究院中山人文社會科學研究所
 第一會議室

潛藏成長曲線分析的邏輯與應用：重覆測量資料之動態結構方程模型

摘要

本文借用 LISREL 的方法，以潛藏成長曲線模型來模構重覆測量資料，同時進行統計顯著性的檢測分析。首先，檢討自動迴歸模型在探究變遷成長時一些難解的嚴重缺陷，進而推薦潛藏成長曲線分析方法，以為替代。本文同時以圖形及代數的方式闡明潛藏成長曲線的基本邏輯，並且，列舉一假想之實例，以展現潛藏成長曲線分析的用處及其應用範圍。最後，本文討論潛藏成長曲線分析的前提條件與限制。

一、前言：

社會科學家通常最想知道的是社會現象間的因果關係。例如，「離婚是否會影響兒童的社會調適（social adjustment）（Allison and Furstenberg, 1989）？」「父母有了小孩後會不會變得保守（Morgan and Waite, 1987）？」以及「失業是否會使人們變得更加憂鬱（depression）（Turner, Kessler, and House, 1991）？」「大學聯考是不是抹煞了學生們的想像、創造力？」等等，凡此，皆是社會科學家們所亟欲探索而加以了解的。簡而言之，事件之間的「因果關係」（causal relationships）乃是社會科學家們最想加以鑑定的。然而，社會所發生之事，是如此的複雜多變，以致各事件間的因果次序，難以釐定。雖然隨著社會科學發展的日新月異，用來研究事件間因果次序的高深研究方法一一被發展出來（Tuma and Hannan, 1984；Allison, 1984；Blossfeld, Hamerle, and Mayer 1989；Bollen, 1989；Yamaguchi, 1991），但是何種方法才是研究事件之結果的最佳手段，迄今仍是莫衷一是，缺乏共識。

或許，最古典也最被社會科家所熟悉的方法就是「兩個時間點，兩個變項」（Two Waves-Two Variables）的模式。也就是所謂的自動迴歸模型（Autoregressive model）。在現存的文獻裡，發展與方法學者經常同聲辯稱，在建構因果關係的結構方程模型之時，研究者必須把自動迴歸此一「穩定因素」（stability effect）也包含在結構方程模型之中，之後才能論及其他變項對此一變項的可能影響。但是，當社會科學家們所研究的事件展現出高度的層級次序穩定性（rank order stability）時，如果仍將此穩定因素考慮放在模型之中，則此穩定因素將會「洗掉」（washes out）其他可能的影響因素。不幸地，社會事件，卻往往具有這樣的特性。

本文主要將討論兩個主題：1）應用自動迴歸模型以檢測可能因果次序的遲鈍性及 2）應用潛藏成長曲線分析的優點及其可行性。

二、自動迴歸模型

事件 (event) 通常被用來指涉一個人或組織、或社會、或國家、或是其他狀況之歷史的中斷 (discontinuity) (Allison, 1994)。事件意指尖銳、明顯地從一個情境 (situation) 變到另一個情境，或是某些變項從某一個位階 (level) 變化到一個在實質上較高或較低的位階。一般而言，此變化代表從一個穩定平衡狀態 (equilibrium) 變動到另一個完全不同的穩定平衡狀態。

正常狀況下，發生在人們日常生活中的事件，多半是相當複雜而難分先後次序的，不但牽涉到一些主要、同時間的變化，而且往往伴隨著許多其他面向中比較些微而不易察覺之轉變。然而，這些較細微的轉變，卻常常是據以理解事件結果 (consequences of events) 的關鍵所在。例如，當一個人搬家，或是結婚、或是退休、或是離婚之時，有多少個人當下所處「環境」(社會的或生理的等等) 的面向，會跟著改變呢？同樣道理，一個人出生、上學、找第一份工作、失業以致最終的死亡，都會導致所處境地的微妙改變。因為這樣複雜而異質的連鎖反應，致使想尋找事件之因果關係的工作，益發困難。

然而，面對這樣的困境，並非全然無法可解。其關鍵就在於，研究者要思考這樣一個問題：事件的那一個 (或那一些) 特質 (features) 造成其後果？換言之，就是研究者必須真確的點出事件那一部份產生作用進而影響其結果。如前所述，許多方法已應運而生，其中最常用而常遭詬病的即為自動迴歸模型。

(一) 自動迴歸效應 (Autoregressive Effects)

無可否認的，「兩個時間點及兩個變項」這類的自動迴歸模型，在探討事件因果關係的研究上，有其原創性的貢獻，但它亦有著致命的缺點。本文

即著重在闡明：自動迴歸模型(Autoregressive model)在檢測事件後果(變遷或成長)的重要解釋變項時，可能造成的嚴重障礙。文中，自動迴歸意指「第一時間點某一變項之測量，對其第二時間點之測量的影響」。此種兩個時間點的線性貫時模型(linear panel model)經常出現在社會學及心理學的文獻當中，乃是自動迴歸模型的一個典型代表。

讓我們以「青少年偏差行為(deviant behavior)的發展」研究為例，並以自動迴歸模型說明之。一般而言，絕大多數的研究都發現青少年的偏差行為相當的「穩定」(stable)，幾乎同智商(IQ scores)一樣的穩定(Olweus, 1980)。如此高度的穩定性使得找尋與此相關的其他可能的重要解釋變項變得極端困難，因為當控制了偏差行為的初始位階(level)之後，其他可能之重要解釋變項的影響力，在自動迴歸模型的架構(或稱限制)之下，都會被「洗掉」(washes out)。研究者將會發現偏差行為的初始位階，乃是顯著影響目前位階(或甚至往後的位階)的唯一重要因素。

然而，許多發展學者，如 Maccoby and Maritn (1983) 與方法學者，如 Gollob and Reichardt (1987) 卻早就亟力鼓吹：在自動迴歸模型之中，必須控制變項的初始階位(亦即包含自動迴歸效應在模型之中)，因為如此才能避免對其他可能的影響因素之因徑係數的偏誤推估(biased estimates)。這些學者的顧慮基本上並沒有錯，只是這樣一來，當研究者所探索的現象具有高度穩定性時，包含自動迴歸效應的模型，於說明現象變化是否由其他第三變項所引起之時，即變得遲鈍無力。值得一提的是，許多個人發展過程中值得研究的現象，都具有這樣高度的穩定性。若以自動迴歸模型來模構(modeling)這樣的現象，即造成方法上的嚴重問題。

(二) 自動迴歸模型的遲鈍性 (Insensitivity)

讓我們舉一淺顯的例子來說明自動迴歸模型的遲鈍性。圖一顯示了一個簡單的自動迴歸模型(由變項 Y_1 , Y_2 及另一解釋變項 X 組成)。在此模型

當中。解釋變項 X 將只被用以檢測變項 Y 從 $Time1 (Y_1)$ 到 $Time2 (Y_2)$ 的層級次序變化。假設變項 Y 從 $Time1$ 到 $Time2$ 的層級次序 (rank order) 沒有產生任何變化，且假設 Y 的分配 (distribution) 狀態沒有極大之改變，則 Y_1 與 Y_2 的相關將會等於 1，或趨近於 1。除非 X 變項與 Y_1 全然無關，否則即使 X 與 Y_2 間存在高度相關， X 是絕不可能呈現出對 Y_2 有任何顯著影響的，因為 X 是無論如何也無法與 Y_1, Y_2 之間近乎完全 (perfect) 的高度穩定相關 (stability correlation) 相抗衡的。

圖一在此

讓我們進一步設想與此相關的一些狀況。假設三名受訪者在兩個不同時間點 (即 $Time1, Time2$) 所測得的 Y 變項的分數 (scores) 如圖二所示；假設我們所觀察到的層級次序與平均數不變，但其變異數 (variance) 從 $Time1$ 至 $Time2$ 之間，卻是呈增加之勢。圖二所示的變異數擴增，伴隨層級次序的高度穩定狀態，這就是我們所稱的「扇形擴展成長模式」 (fan spread growth pattern)。假設第一位受訪者 (subject1) 在 Y 變項上增加，同時在 X 變項中也獲得三者中最高的分數，第二位受訪者 (subject2) 在 Y 變項中保持不變，同時在 X 變項中獲得居中的分數，而第三位受訪者 (subject3) 在 Y 變項上遞減，且在 X 變項中獲最低分數。在此情況底下， X 理論上對 Y 變項的變化 ($Y_2 - Y_1$) 而言應是一個潛在的重要影響因素。然而，從自動迴歸的觀點而言， Y_1 (即 Y 變項的初始位階) 將比 X 更能夠簡潔的解釋此變動。也就是說，如圖二所示：或許第一位受訪者之所以在 Y 變項上增加，乃單純的因為他第一時間點 ($Time1$) 即是最高的分數，同樣的解釋也適用於第二及第三位受訪者。

圖二在此

以上的論點，可以用以下的恆等式，予以說明。回到圖一，其圖形可以化成下列的方程式：

$$Y_2 = b_1 Y_1 + b_2 X + \varepsilon \quad (1)$$

式(1)中 b_2 代表變項 X 對 Y_2 的直接影響。此路徑即為社會科學所最感興趣者。經由期望值的運算，式(1)可以化成：

$$E(Y_1, Y_2) = b_1 E(Y_1, Y_1) + b_2 E(X, Y_1) + E(\varepsilon, Y_1) \quad (2)$$

$$E(X, Y_2) = b_1 E(X, Y_1) + b_2 E(X, X) + E(\varepsilon, X) \quad (3)$$

再進一步化簡成：

$$r_{Y_1 Y_2} = b_1 + b_2 r_{XY_1} \quad (4)$$

$$r_{XY_2} = b_1 r_{XY_1} + b_2 \quad (5)$$

因此得出：

$$b_2 = \frac{r_{XY_2} - r_{XY_1} r_{Y_1 Y_2}}{1 - r_{XY_1}^2} \quad (6)$$

假定 X 與 Y_1 及 Y_2 的相關係數相等；也就是假設 $r_{XY_1} = r_{XY_2}$ （在實時性的研究當中，這是合理的假設），則當 $r_{Y_1 Y_2}$ 愈大時， b_2 會愈小。當 $r_{Y_1 Y_2} = 1$ （或趨近於 1 時）則 $b_2 = \frac{r_{XY_2} - r_{XY_1} r_{Y_1 Y_2}}{1 - r_{XY_1}^2} = 0$ 。換言之，即使 X 與 Y_2 的相關大到一定程度，但在控制了自動迴歸效應之後， X 對 Y_2 的直接影響（ b_2 ）將「戲劇性」地消滅，尤其當自動迴歸的穩定地趨近於 1 的時候。讓我們再舉一實例闡明這個現象。假設於圖一中， $r_{XY_1} = r_{XY_2} = 0.7$ ， $r_{Y_1 Y_2} = 0.5$ 則式(6)可以寫成

$$b_2 = \frac{0.7 - 0.7 * 0.5}{1 - 0.7 * 0.7} = 0.69 \quad (7)$$

再假設 $r_{XY_1} = r_{XY_2} = 0.7$ ， $r_{Y_1 Y_2} = 0.7$ ，則式(6)變成

$$b_2 = \frac{0.7 - 0.7 * 0.7}{1 - 0.7 * 0.7} = 0.41 \quad (8)$$

而當 $r_{XY_1} = r_{XY_2} = 0.7$ ， $r_{Y_1 Y_2} = 0.9$ ，則式(6)變成

$$b_2 = \frac{0.7 - 0.7 * 0.9}{1 - 0.7 * 0.7} = 0.14 \quad (9)$$

由式(7)(8)(9)可知，當自動迴歸效應愈趨近於 1 時， X 對 Y_2 的直接影響（ b_2 ）愈變得無足輕重，即使 X 與 Y_2 之間的相關非常顯著。換言

之，若在結構方程模型中考慮自動迴歸效應，則當重覆測量之變項的穩定性 (stability) 愈高時，其他的解釋變項愈顯得微不足道。上面所列舉的「模擬」資料，實際上並非完全沒有可能。日常生活中的實例，俯拾即是，文獻上亦有實例可循 (McArdle & Epstein, 1987)。以上所述，說明了一個現象，若以自動迴歸模型處理重覆測量資料，則研究者將因方法上的缺陷，使自己陷入進退兩難的困境。部份原因乃是由所輸入資料結構的形式引起，結構方程模型的資料結構，基本上是一個相關係數矩陣 (correlation matrix)。相關係數只記載了各變項間的相關程度，並不指涉任何的因果次序。結構方程模型只能被用來測試假設模型與實徵資料是否吻合，而不能幫助研究者釐清變項間的因果關係。面對這樣的困境，是否有其他的研究方法，令研究者在資料結構的限制下仍能適切地模構 (modeling) 觀察資料的秩序 (order) ？

Bollen (1989) 提供了一個運用結構方程模型方法以研究因果關係的思考方向。在 Bollen 的觀點裡面，因果關係的定義，必須包含三個元素：孤立 (isolation)，關連 (association) 及影響方向 (direction of influence)。第一個元素：孤立，意指兩變項 X 與 Y ，同其他可能的影響因素儘可能隔絕；第二個元素，關連，意指 X 的任何變化都與 Y 的變化「共變」 (covary)。第三個元素，影響方向，則指明是 X 影響 Y ，或是 Y 影響 X 。第三個元素屬於理論層次，任何統計方法，都沒有決定變項間因果關係的能力，研究者必須依據理論來論證變項間的因果關連。第二元素則一般的統計方法都能勝任。換言之，若欲克服自動迴歸模型的困境，則需發展新的方法，以幫助研究者解決第一元素 (isolation) 的問題。亦即，新的方法必須能避開自動迴歸效應的陷阱。潛藏成長曲線分析 (latent growth curve modeling, LGC) 即是為因應此一難題而發展的。

三、潛藏成長曲線分析的邏輯

近年來，當代西方的社會科學研究中，漸有應用潛藏成長曲線分析之方法以研究「會隨著時間而變化的發展過程」的傾向。基本上，本文贊成 Rogosa, Brandt and Zimowski (1982) 等人的基本信念：對於建構發展模型而言，以重覆測量的資料來描述個別個人隨著時間而變化的軌跡，乃是相當適切可行的。而一種能夠「掌握」(captures) 這些隨著時間而改變的個人軌跡，同時兼顧個人軌跡之間差異的統計方法，顯然是必要的。例如，假設在以時間為橫軸的座標上，樣本中單一個人的發展過程的系列資料，都集結成一條直線的話，則此發展的模型必須能夠反應出單一個人的直線軌跡之截距 (intercept) 與斜率 (slope) 的差異。換言之，每一個人發展的初始位階 (initial status) 與變化軌跡 (changing trajectory) 必須能被統計模型呈現出來。而後，研究者才有研究「到底是什麼影響因素，造成每一個人不同的變化軌跡」之可能。也就是使研究者能夠回答這樣的問題：是何因素影響了不同個人發展的速率與幅度？同時，此一統計模型必須有能力檢測「群體層次之發展」的一些重要的群體統計量【亦即，何種趨勢 (trend) 最能夠描述此群體 (每一單一個人之集合) 的平均數 (group mean)】。最後，此統計模型必須具有足夠的彈性 (flexibility)，以允許多個群體的檢驗與比較；且能夠與其他的多元方法與資料測量策略相容，以允許對測量誤差的校正 (corrections for measurement error)。潛藏成長曲線模型基本上符合上述的所有條件，因為潛藏成長曲線模型一來可以 LISREL 的方法加以測定，二來只要所有測量的變項是呈多元常態分配的模式 (multinormally distributed)，則模型契合資料與否及個別模型內參數之顯著與否的統計檢測是絕對可行的。

總之，基於以下兩項理由，研究者最好避免運用自動迴歸模型進行資料分析。第一，自動迴歸效應基本上是依據所測量變項之「穩定相關」，而相關受到層級次序 (rank order) 及分配的形狀 (shape of distribution) 兩者交互作用的影響 (Gorsuch, 1983)。也就是說，顯著的成長 (變化) 有可能是因為與其他

變項之間的消長而造成的。然而，如果這樣的變化不牽涉到層級次序或分配形狀的變化（對所觀察的變項而言），則此變化的情況，將絕大部分地被歸因於自動迴歸效應。如此，對研究「單向發展的穩定現象」（monotonically stable phenomena）時，將會是一條走不通的死路（dead end）。所謂的「單向穩定」（monotonically stable），乃如 Tisak and Meredith（1990）所宣稱的「其意指所觀察變項的層級次序保持不變，但是，單一個人與群體的顯著變化卻也同時可能發生」。第二，將自動迴歸效視為「真正的因果效應」（true causal effect）乃是成問題的。將自動迴歸效應包括在模型之中，並視為必須的模型建構步驟，將使研究者自限在找出會影響所觀察變項之層級次序改變的解釋變項的研究裡。如此，將大幅限制了可研究的範圍。

在研究個人層次的成長（變化）上，一件很重要的事是，所測量或建構的個人在分數上（scores）的變化，必須是有意義的。如果測量的步驟不能符合此要件，則無論任何理由，使用潛藏成長曲線分析方法，都將是不適切的。例如：考慮兒童在智力測驗分數上的成長，如果整個測量的過程所產生的分數能夠代表兒童在各個不同階段的智力成長（變化），則運用潛藏成長曲線分析方法，無疑的是適切的。反之，如果智力測驗的分數只適用於排列一給定樣本中兒童之智商高低，則使用同樣的研究方法將會產生方法上的問題。因為無法確定所測得的任何變化，是否具何種實質意義。如何跳脫這樣的困境呢？一個使用智力測驗分數以模構潛藏成長曲線模型的可行策略是：我們只計算每一次兒童在智力測驗上所答對的題數，然後我們去模構答對題數上的成長（變化）（McArdle & Epstein, 1987）。簡言之，我們在研究中所模擬的變化（分數的變化）必須真的是因為成長而產生的變化，而非由於建構變項或其他因素所致。

最簡單的潛藏成長曲線模型乃是由：一個變項於兩個時間點重覆測量，並加上一個被認為對此重覆測量變項的成長（變化）有影響的解釋變項所構成。此模型以圖形的方式呈現於圖三。

圖三在此

然而兩個時間點的測量，在研究成長或運用潛藏成長曲線模型並不是非常理想的 (Rogosa & Willet, 1985)。因為只有兩個點，則個人的成長軌跡將被限制只能以直線 (straight line) 的方式表達。而許多個人事件的成長，卻往往是非線性的 (non-linear)，同時為使模型可解 (identified)，研究者將被迫設定一些應該被測定的參數。如此，可能會嚴重扭曲模型與資料間的關係。因此，對於成長的研究，一般應該至少涵蓋三個時間點以上的重覆測量。本文即擬以四個時間點的潛藏成長曲線模型來說明其基本邏輯。

圖四在此

在詳細演繹其代數函式之前，讓我們先概觀一下此潛藏成長曲線模型的主要構成部份。圖四中，我們可見，第一個「潛在因素」(latent factor) 被標以 intercept，第二個則為 slope，而第三個則是 Quadratic。潛藏成長曲線模型可以此三者來模構每一個人在重覆測量時間點之間的成長軌跡 (growth trajectory)。從觀察所得的資料中可估計 (estimated) 這三個「潛在因素」的平均數 (mean) 與變異數 (variance)。Intercept，此 latent factor 代表樣本中，每一單個人的初始狀態的總集 (可由其 mean 及 variance 得知)。slope 則代表樣本中，每單一個人的線性成長軌跡 (如果資料呈現如此)。亦即，slope 代表多時間點重覆測量資料所呈現的直線之斜率。Quadratic 則代表每一單一個人之可能的非線性成長軌跡 (non-linear growth trajectory) (如果資料所示個人的成長軌跡是非線性的)。若然，則 Quadratic 此一 latent factor 乃是個人「曲線成長率」的總集。這三個因素——intercept, slope, and quadratic——是被允許共變的 (covary)，如圖四

雙箭頭的曲線所顯示。此三個因素，乃是由四個不同時間點的重覆測量資料所支撐，而此重覆測量的變項在此模型中允許測量誤差的存在（於圖四中以 ϵ 表示）。模型中，看起來最熟悉【對結構方程模型（SEM）應用者而言】，卻最令人困惑的部份，則是各「潛在因素」與重覆測量變項之間的「因素負荷量」（factor loadings）。不同於一般 SEM 模型中的因素負荷量所代表的測量信度（reliability），潛藏成長曲線模型的因素負荷量另有意義。基本上，研究者所觀察的時間數列（time metric）及所假定的成長模式（hypothesized form of growth），共同決定了這些因素負荷量的特殊值（specific values），用以檢測所假定的成長模式是否與觀察所得之實徵資料吻合。如果資料吻合所設定的成長模型，則模型將能適切的模構樣本的成長軌跡【可由一些 SEM 的統計量指標（statistical indices）檢定】。

再以代數語言來描述潛藏成長曲線模型的邏輯。一個最簡單的、模構個人成長的成長曲線模型乃是線性成長模型，此模型可以下列的方程式表示：

$$Y_{it} = \pi_{0i} + \pi_{1i}T_t + \epsilon_{it} \quad (1)$$

在此模型中，所觀察的樣本中，每單一個人（ $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ）在變項 Y_{it} 的分數，可由不同的等距的 X 時間點 T_t （ $t = 1, 2, 3, 4, \dots$ ）的重覆測量獲得。此變項之測量，被視為是時間的函數（ T_t ）加上測量之誤差（ ϵ_{it} ）。當個人的成長曲線是直線的時候，則代表個人在變項 Y_{it} 的初始分數的 intercept（ π_{0i} ）與代表變化率（rate of change）的 slope（ π_{1i} ）即能完全地定義此成長曲線。而當成長是非線性的時候，則式（1）可以被擴充成式（2），如下：

$$Y_{it} = \pi_{0i} + \pi_{1i}T_t + \pi_{2i}T_t^2 + \epsilon_{it} \quad (2)$$

亦即，我們在原式（1）中加入另一非線性的項目（ $\pi_{2i}T_t^2$ ）來代表非線性的成長軌跡。同式（1）中， i 代表每一單一個人（ $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ）而 t 代表測量所在之時間點（ $t = 1, 2, 3, 4, \dots$ ）。無論式（1）或式（2），樣本中每一個人之各自的曲線或軌跡，都可以顯示出。而這些軌跡可以匯集而得出整個樣

本的 intercept, slope, 和 quadratic 等潛在因素。如一般匯集後的資料一樣, intercept 可由整體 mean (π_0) 及其 variance $\sigma_{\pi_0}^2$ 表示; 同樣地, slope and quadratic 也可以由整體的 mean (π_1, π_2) 及其 variance ($\sigma_{\pi_1}^2, \sigma_{\pi_2}^2$) 表現出。而此總體的 mean (of intercept, slope, and quadratic) 歸納出平均的變化趨勢, variance 則定義個人之間不同的成長曲線。回到圖四, 則 Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 四個被重覆測量的變項可以依序以下列方式表示:

$$Y_1 = L_{11}F_1 (\text{Intercept}) + L_{s1}F_2 (\text{slope}) + L_{q1}F_3 (\text{Quadratic}) + \varepsilon_1 \quad (3)$$

$$Y_2 = L_{12}F_1 (\text{Intercept}) + L_{s2}F_2 (\text{slope}) + L_{q2}F_3 (\text{Quadratic}) + \varepsilon_2 \quad (4)$$

$$Y_3 = L_{13}F_1 (\text{Intercept}) + L_{s3}F_2 (\text{slope}) + L_{q3}F_3 (\text{Quadratic}) + \varepsilon_3 \quad (5)$$

$$Y_4 = L_{14}F_1 (\text{Intercept}) + L_{s4}F_2 (\text{slope}) + L_{q4}F_3 (\text{Quadratic}) + \varepsilon_4 \quad (6)$$

式 (3) 至式 (6) 可以被概化為:

$$Y_i = L_{1i}F_1 + L_{si}F_2 + L_{qi}F_3 + \varepsilon_i \quad (7)$$

將 L_{1i} 設定為 1 時 (以配合前面所述的 intercept), 式 (7) 可以簡化為:

$$Y_i = F_1 (\text{Intercept}) + L_{si}F_2 (\text{slope}) + L_{qi}F_3 (\text{Quadratic}) + \varepsilon_i \quad (8)$$

式 (8) 與式 (2) 相比, 則可清楚的看出 $Y_i (= Y_{it})$ 乃是所觀察的重覆測量變項, $F_1 (= \pi_{0i})$ 是 Intercept, $L_{si} (= T_i)$ 為時間序列, 而 $F_2 (= \pi_{1i})$ 則為所謂的 slope 此一「潛在因素」。同樣的狀況, $L_{qi} = T_i^2$, 而 $F_3 = \pi_{2i}$ 為 Quadratic。

以上所描述模型, 稱為 4 時間點 -- 3 因素的潛藏成長曲線模型。事實上, 潛藏成長曲線模型可以不斷的加入新的「潛在因素」以模構觀察到的資料。換言之, 只要重覆測量變項的時間點夠多的話【因為必需有足夠的自由度 (degree of freedom) 以估量模型中遞增的參數 (parameters)】, 潛藏成長曲線模型可以包含 3 個以上的潛在因素, 它甚至還可以是 n 因素的。

以上所論, 只是潛藏成長曲線的基本模型。它事實上可以發展成更複雜的模型。而這些複雜的模型, 才是潛藏成長曲線最有力 (powerful) 之處, 也最能吸引方法使用者的目光。例如, 研究個人本身 (intraindividual) 成長的自

然擴充模型乃是系統化的研究發生在個人身上的不同事件的變化。如此，則牽涉到 Tisak and Meredith (1990) 等人所宣稱的「聯結成長模型」(associative growth model) (見圖五)。

圖 五 在 此

基本上，一個聯結成長模型同時檢測兩個或兩個以上變項的「平行成長曲線」(parallel growth curve)。也就是說，聯結成長模型同時模構兩個以上的潛藏成長曲線模型。例如：它可以同時考慮兩個模型：

$Y_{it} = \pi_{0i} + \pi_{1i}T_{it} + \pi_{2i}T_{it}^2 + \varepsilon_{it}$ 與 $X_{it} = \pi_{0i} + \pi_{1i}T_{it} + \pi_{2i}T_{it}^2 + \varepsilon_{it}$ ，而以統計電腦軟體(如 LISERL7 或 EQS) 加以檢測此聯結模型是否與所觀察的資料相吻合。以下，舉一實例以說明潛藏成長曲線分析方法的實用性。

四、潛藏成長曲線分析的應用

青少年時期是人生中生理及心理成長及變化最快速的時期。此時期也是青少年第一次跨出其家庭生活圈開始與外在廣大的社會環境接觸之時。此情況意謂青少年開始也要面對人生的種種問題與困擾。雖然如此，大部份的孩子，無論男女，大致都能順利地渡過這個時期，邁向下一個青年成人期(young adulthood)。但是，仍有一部份的孩子會經驗到對生理的、心理的及社會的變遷不適應而造成的情緒困擾。許多的實徵研究都已發覺到受憂鬱情緒困擾的青少年，往往是一群經歷了較多的負面生活事件(negative life event)的孩子。而負面生活事件的增減，在一些近年的研究中，也被發現確實是關連到青少年憂鬱情緒的惡化或減輕(Colten & Gore, 1991; Petersen, Sarigiani & Kennedy, 1991)。進一步的深入探討憂鬱(depression)與負面的生活事件之間的關係，即會發現每一個青少年所經歷的負面生活事件的多寡與所經驗憂鬱情緒的輕重，都不一樣。換言之，每一個別青少年的負面生活事件及憂鬱情緒的

軌跡都不一樣。如何去模構這不同路徑的每一條軌跡呢？顯然的，潛藏成長曲線分析是用以處理這種情況的最理想方法。

本文原先構想例舉台灣社會的實際資料，以說明如何運用潛藏成長曲線分析方法來處理資料。然而，目前台灣連續多個時間點重覆測量的貫時性資料 (panel data) 仍相當難尋。因此，只好以一假定的資料矩陣 (data matrix) 來說明。假設我們獲有一連續四年，針對 X 變項 (假設是負面生活事件) 與 Y 變項 (假設是憂鬱情緒) 每年重覆測量之貫時性資料。經過適當的資料處理，我們得出 X 變項與 Y 變項在每一個時間點的 mean 及 standard deviation。同時也得知 X 變項與 Y 變項間的相關係數，表一陳列出此假想的資料矩陣。

表一在此

根據四個時間點的 X 變項與 Y 變項資料的軌跡 (見附件一)，假設 X 變項與 Y 變項都適合 $Y_{it} = \pi_{0i} + \pi_{1i}T_t + \pi_{2i}T_t^2 + \varepsilon_{it}$ 模型。則利用 LISREL7 統計軟體可以將此聯結成長模型以 LISREL 的語言表達。其中，我們所假想的相關矩陣 (包含 mean 及 standard deviation) 即為輸入資料矩陣 (input data matrix)。結果展現在圖六。

圖六在此

圖六顯示有幾個現象值得討論。首先，根據 chi-square (=219.64; df=13)，p-value (= .000)，及 GFI (= .882) 等各指標顯示此潛藏聯結模型尚未達最理想的狀況，換言之，模型與資料本身，並不契合得很好。事實上，此模型仍有足夠的自由度來改善模型與資料間的差距。然而這並不是本文的重點所在，故暫且略過。讓我們把注意力集中在 X 變項的三個潛在因素與 Y 變項

的三個潛在因素之間的關係。這個假想的聯結成長模型假設 X 變項在初始狀態及稍後的變化狀態都會對 Y 變項的初始狀態及其稍後的變化產生影響。易言之，X 與 Y 的因果次序是：X 是因而 Y 是果。圖六中，五條從 X 變項之潛在因素指向 Y 變項之潛在因素的單箭頭直線，即是此聯結成長模型所要檢測的假設。從圖左看起 X 之 intercept 到 Y 之 intercept 估測得一係數 ($r = .339, p < .05$)，意指個人在 X 變項初始分數高的，在 Y 變項的初始分數也傾向較高，此即一般迴歸模型。X 之 slope 到 Y 之 slope 及 X 之 Quadratic 到 Y Quadratic 的係數的估量，則屬潛藏成長曲線模型所獨有，亦為其最精彩之處。圖六顯示 X 之 slope 到 Y 之 slope 的係數 ($r = .457, p < .05$)，意謂著 X 變項隨時間而變遷的直線軌跡，相當程度的影響到 Y 變項的直線變遷軌跡，且在統計上是顯著的。同理，X 之 Quadratic 到 Y 之 Quadratic 的係數 ($r = .448, p < .05$) 反映出 X 變項的非線性成長軌跡也對 Y 變項的非線性成長軌跡有著統計上顯著的影響。由此看出，潛藏成長曲線模型所要探討、模構的就是變項之間動態的 (dynamic) 交錯的 (interlocking) 變化的因果關係。另外兩條直線從 X 之 intercept 到 Y 之 slope ($r = .009, p > .05$) 及到 Y 之 Quadratic ($r = .085, p > .05$)，則暗示個人在 X 變項上的初始狀態，並不會影響到他在 Y 變項上變遷成長的軌跡。換言之，是在 X 變項上的變化對在 Y 變項上的變化產生作用。細想一下，如果把 X 假想成青少年所遭遇的負面生活事件，而將 Y 假想成憂鬱情緒，這是相當具有理論意涵的。也就是說，潛藏成長曲線分析方法能提供強而有力的支援，幫助研究者進行理論的論證或辯證。最後，圖六也提供了 X 的三個潛在因素之間以及 Y 的三個潛在因素之間的相關係數。其中帶負號的係數說明了一個 regression to mean 的現象。譬如：Y 之 intercept 與 slope 的相關係數為 $-.430, p < .05$ ；意謂個人在 Y 變項之初始分數愈高者，其往後在 Y 變項上往更高分數發展的速率比那些初始分數較低者，要來得慢。簡言之，圖六之實例，展現了一個潛藏成長曲線模型所能提供的諸多豐富訊息，使研究者能通盤掌握各變項間變化關係。圖六的模型可以再擴大成 3 個變項甚至一直到理論上 n 個變項的模型，只要重覆測量的時間點資料足夠多的話。

五、結論

上述假想的例子示範了一些潛藏成長曲線分析方法最有力，也最吸引人的特性。我們認為由於它的一些特性，潛藏成長曲線分析方法是值得向研究者推薦的。第一，自動迴歸模型有著嚴重的缺點，而當變遷成長的現象是呈單一面向的穩定發展時，自動迴歸的窘境更是圖窮匕現。潛藏成長曲線模型正是自動迴歸模型的最佳替代方法之一。第二，潛藏成長曲線分析方法可以找出真正影響動態變遷的解釋變項。非僅如此，潛藏成長曲線分析方法還有能力模構「交錯的成長變化軌跡」(interlocking growth trajectories)。研究者如能善加利用潛藏成長曲線分析方法，則將更有機會成功地追索出所觀察變項的變遷軌跡，進而找出影響此變遷軌跡的其他重要解釋變項。換言之，將能幫助社會科學家更接近「區辨變項間因果關係」的理想。

然而，如同所有的先進研究方法一般，潛藏成長曲線分析方法亦有其限制。例如：橫斷式(cross-sectional)的研究資料因其不具有重覆測量之特質，即不適用此法。換言之，必須是貫時性的資料才適用，而且施測的時間點，愈多愈好。另外，由於潛藏成長曲線分析方法借用 LISREL 的方法以模構其自身的模型，因此所有 LISREL 方法可能面臨的問題及假設，也都適用於潛藏成長曲線分析方法。所有的變項必須符合「多元常態分配」的要件。同時，往往在一個潛藏成長曲線模型裡，需被估測的參數(parameters)相當的多，因此必須有足夠大的樣本數才能支持研究者建構一個穩定、可信的模型。這對任何應用結構方程模型者而言，都是一大嚴酷挑戰。最後，如前所述，潛藏成長曲線分析方法所模構的成長變遷，必須是真正具實質意義的變化而非因為整理、操弄資料所造成的改變。使用者於此，務必特別謹慎。

總之，同結構方程模型一樣，潛藏成長曲線模型具有相當大的彈性，仍有進一步發展的空間。有些學者已開始嚐試將合眾多個人所成的「社區層次」(community level)的變化，也同時考慮在模型之內(Muthén, 1994)，進一步擴大了潛藏成長曲線分析方法的適用範圍。我們相信，採用潛藏成長曲線分

析方法，將導致研究者更能掌握隨時間而延展的成長發展過程，並將相關變項間之因果次序一一釐清。

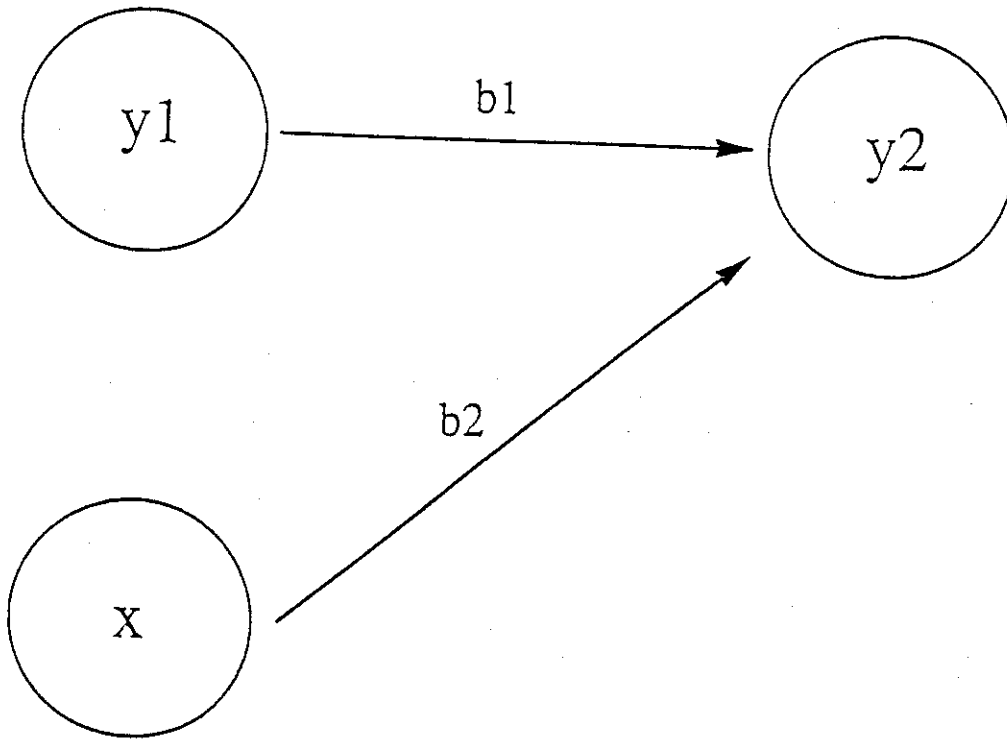
參考文獻

- Allison, P. D. 1994. Using panel data to estimate the effects of events. *Sociological Methods & Research*, 23, 174-199.
- Allison, P. D. 1984. *Event history analysis*. Beverly Hills, CA: Sage.
- Allison, P. D., & F. F. Furstenberg, Jr. 1989. How marital dissolution affects children: Variations by age and sex. *Developmental psychology*, 25, 540-549.
- Blossfeld, H., A. Hamerle, & K. U. Mayer. 1989. *Event history analysis*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bollen, K. A. 1989. *Structural equations with latent variables*. New York: John Wiley & Sons.
- Colten, M. E., & S. Gore. 1991. *Adolescent stress: Causes and consequences*. New York: Aldine de Gruyter.
- Gollob, H. F., & C. S. Reichardt. 1987. Taking account of time lags in causal models. *Child Development*, 58, 80-92.
- Gorsuch, R. L. 1983. *Factor analysis (2nd ed.)*. Hillsdale, NJ: Erlbaum Associates.
- Kessler, R. C., & J. D. McLeod. 1984. Sex differences in vulnerability to undersirable life events. *American Sociological Review*, 49, 620-631.
- Maccoby, E. A., & J. A. Martin. 1983. Socialization in the context of the family: Parent-child interaction. In E. M. Hetherington (ed.), *Handbook of child psychology: Vol. 4. Socialization, personality and social development* (pp. 1-101). New York: John Wiley & Sons.
- McArdle, J. J., & D. Epstein. 1987. Latent growth curves within developmental structural equation models. *Child Development*, 58, 110-133.
- Morgan, S. P., & L. J. Waite. 1987. Parenthood and the attitudes of youth adults. *American Sociological Review*, 52, 541-547.
- Muthén, Bengt. 1994. Latent variable modeling of longitudinal and multilevel data. Conference paper presented at American Sociological Association Annual Meetings, Los Angeles, California, U. S. A.

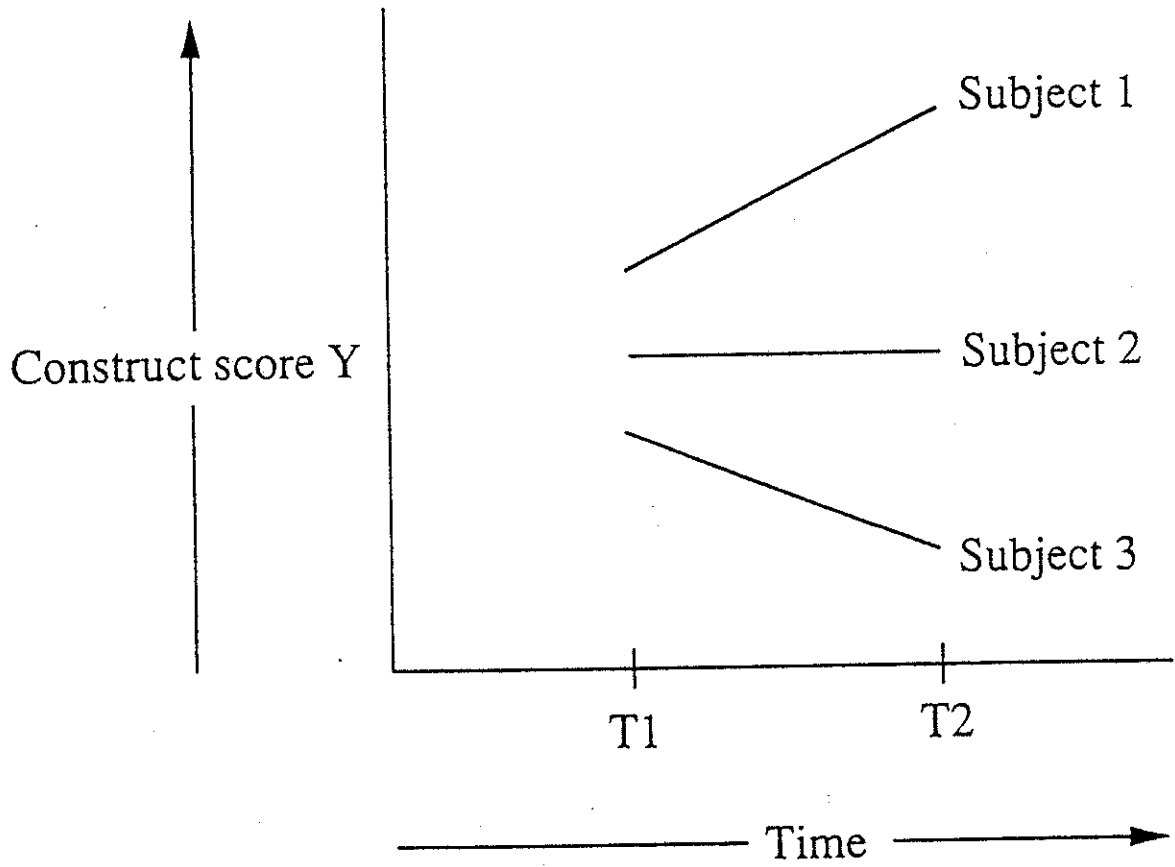
- Olweus, D. 1980. Familial and temperamental determinants of aggressive behavior in adolescent boys: A causal analysis. *Developmental psychology*, 16, 644-660.
- Petersen, A. C., P. A. Sarigiani, & R. E. Kennedy. 1991. Adolescent depression: Why more girls? *Journal of Youth and Adolescence*, 20, 247-271.
- Rogosa, D. R., D. Brandt, & M. Zimowski. 1982. A growth curve approach to the measurement of change. *Psychological Bulletin*, 92, 726-748.
- Rogosa, D. R., & Willet, J. B. 1985. Understanding correlates of change by modeling individual differences in growth. *Psychometrika*, 50, 203-228.
- Tisak, J., & W. Meredith. 1990. Descriptive and associative developmental models. In A. von Eye (ed.), *Statistical methods in longitudinal research* (Vol. 2, pp.387-406). San Diego, CA: Academic Press.
- Tuma, N. B., & M. T. Hannan. 1984. *Social dynamics: Models and Methods*. Orlando, FL: Academic Press.
- Turner, J. B., R. C. Kessler, & J. S. House. 1991. Factors Facilitating adjustment to unemployment: Implications for intervention. *American journal of community psychology*, 19, 521-541.
- Yamaguchi, K. 1991. *Event history analysis*. Newbury Park, CA: Sage.

表一、假想相關係數矩陣與平均數及標準差

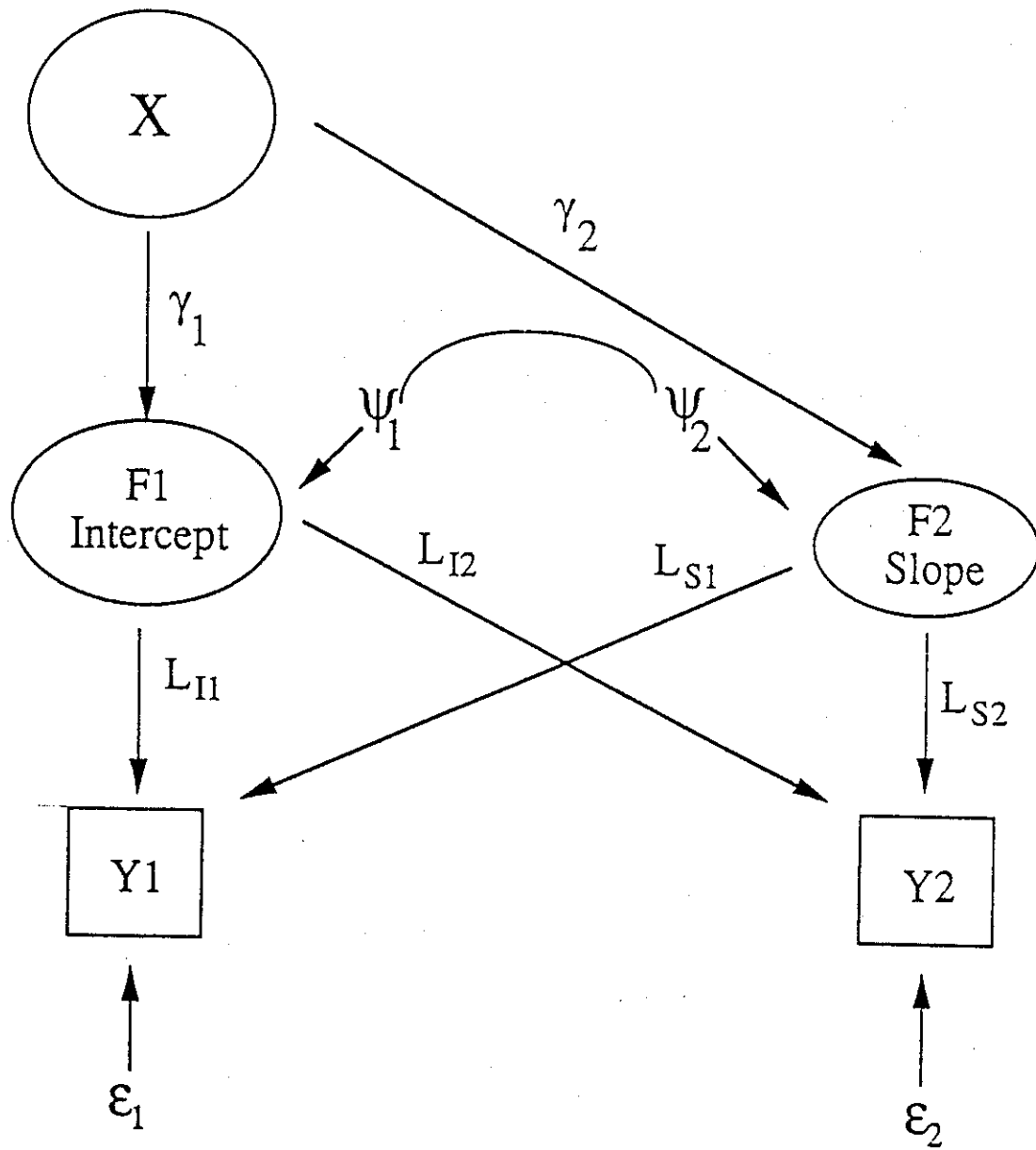
Variables	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4
X1	1.00							
X2	.80	1.00						
X3	.70	.80	1.00					
X4	.70	.70	.80	1.00				
Y1	.40	.30	.30	.30	1.00			
Y2	.30	.40	.30	.30	.80	1.00		
Y3	.30	.30	.40	.30	.70	.80	1.00	
Y4	.30	.30	.30	.40	.70	.70	.80	1.00
Mean	15.0	18.0	24.0	33.0	10.0	12.0	16.0	24.0
Standard Deviation	2.5	3.0	4.0	5.5	1.5	2.0	3.0	5.0



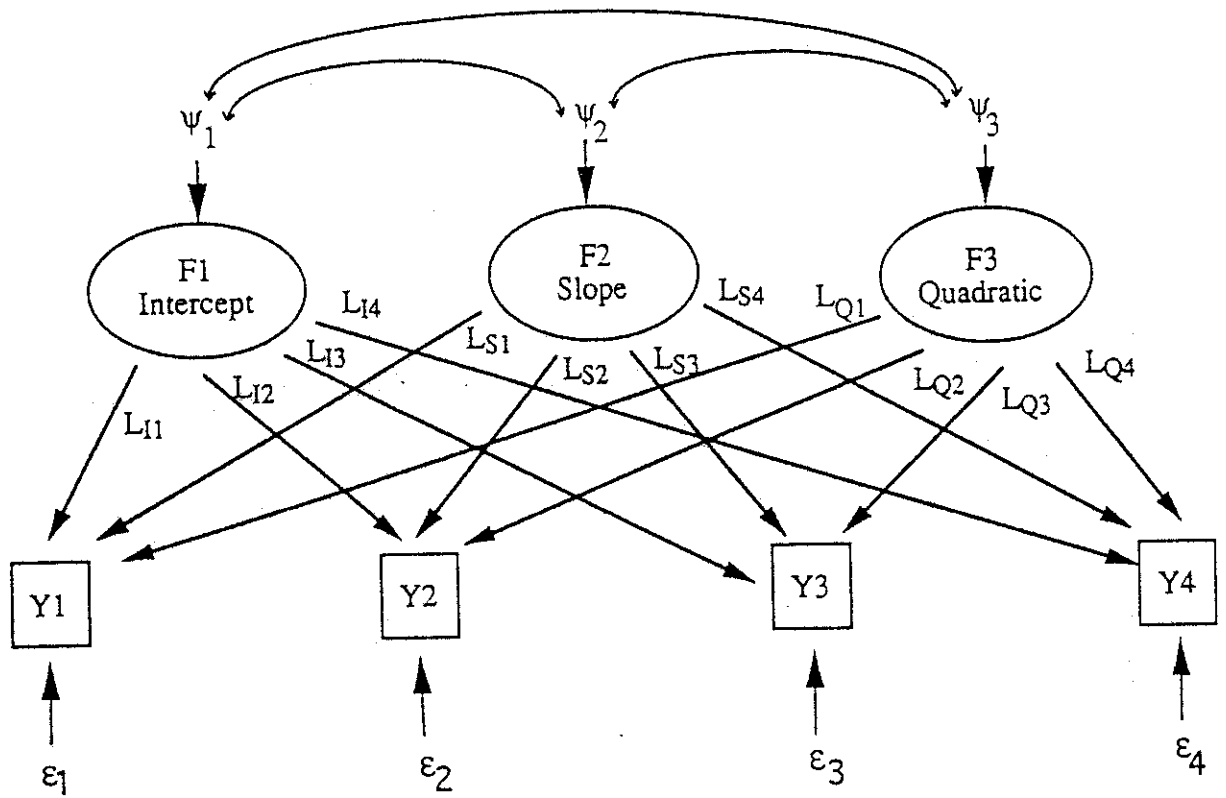
圖一、簡單自動迴歸模型 (Simple Autoregressive Model)



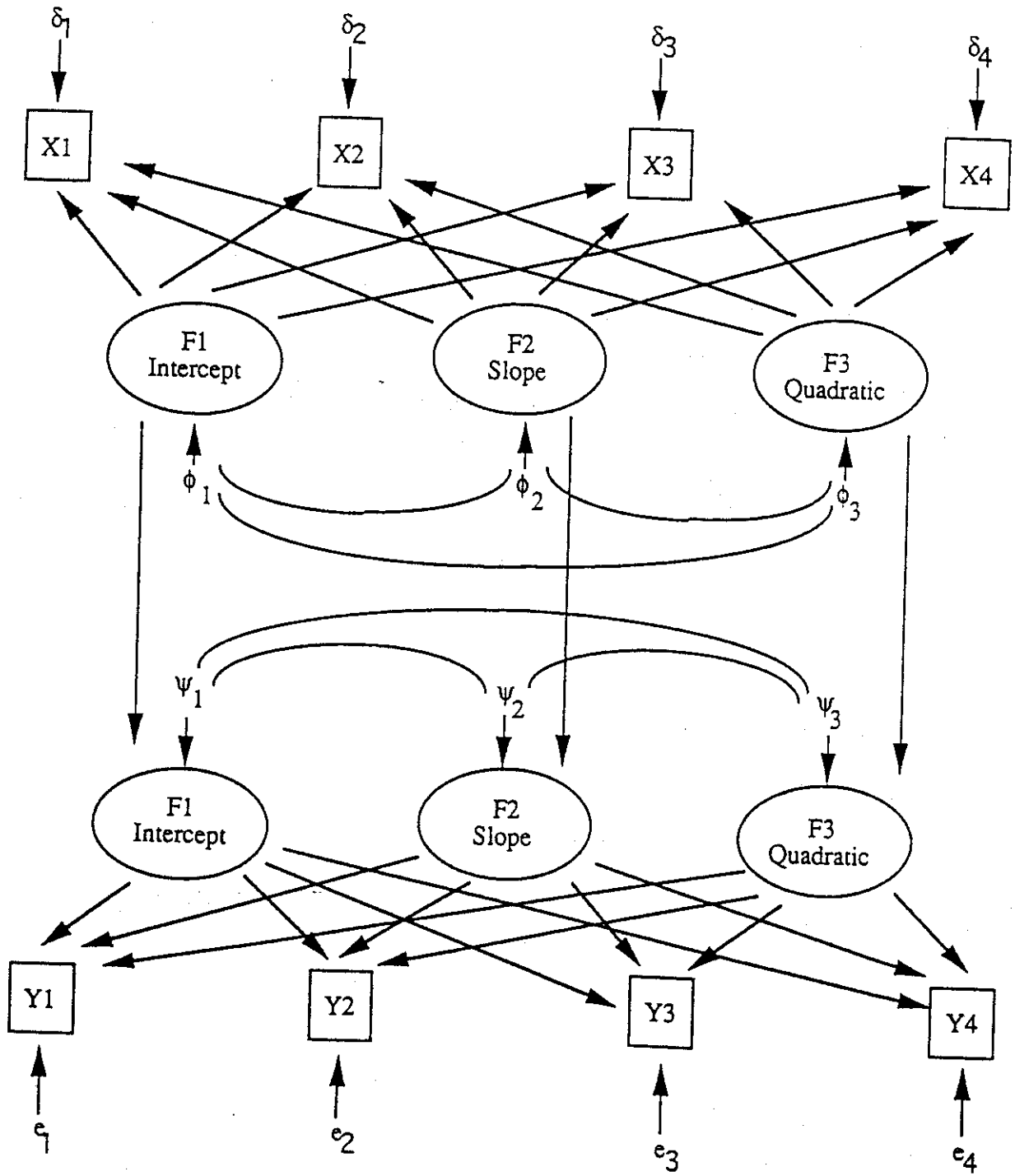
圖二、扇形擴展成長模式 (Fan Spread Growth Pattern)



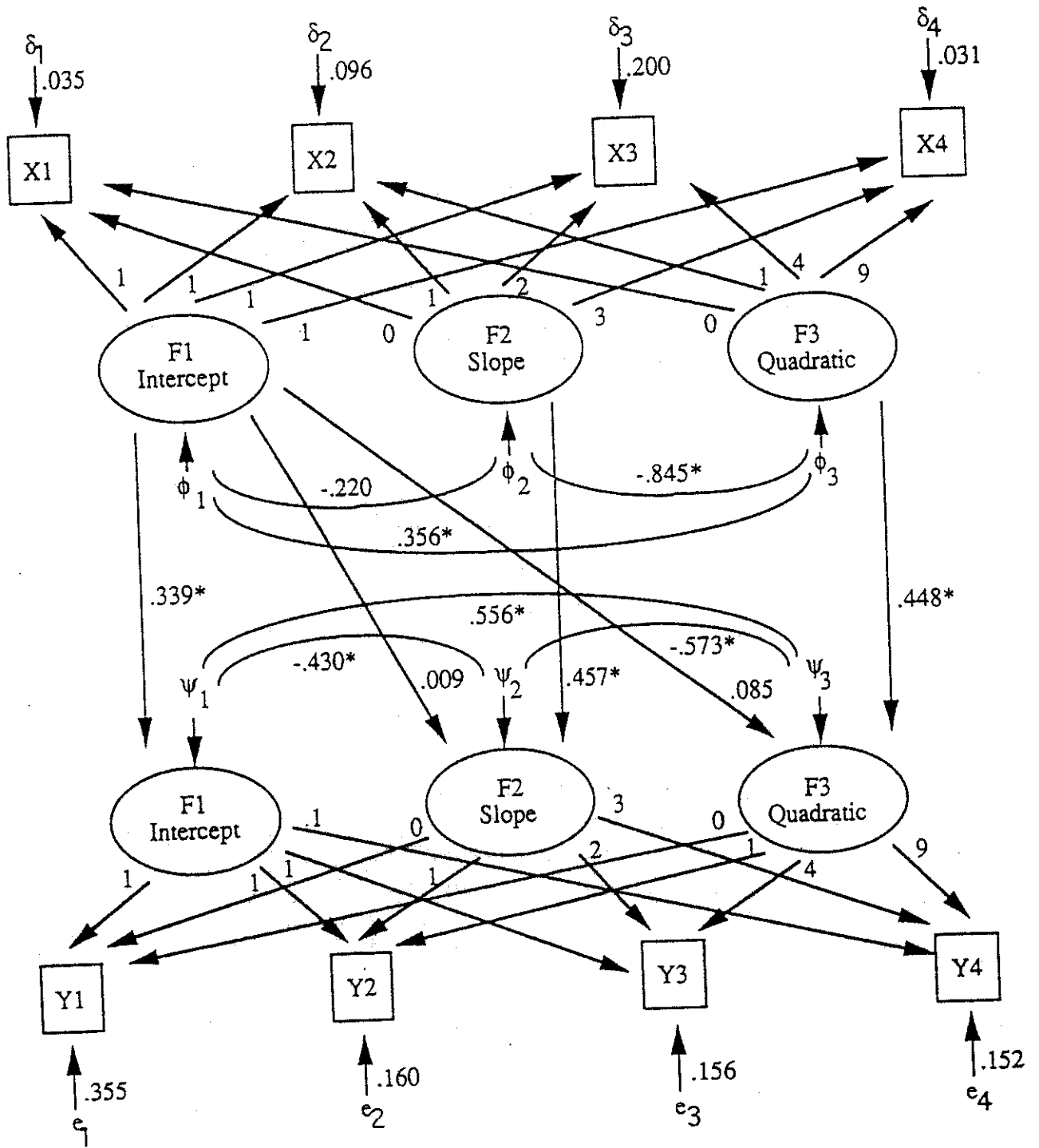
圖三、兩個時間點 - 兩因素與單一解釋變項之潛藏成長曲線模型



圖四、四個時間點 - 三因素之基本潛藏成長曲線模型



圖五、聯結成長模型 (Associative Growth Model)



$\chi^2_{(13)} = 219.64$
 P = .000
 GFI = .882

圖六、聯結成長模型之實例

附件一

